

المستوى الثالثة ثانوي شعبة رياضيات

فرض الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

01 سا

التمرين:

- I. لتكن g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = -x + 1 + e^{-x}$.
- أدرس تغيرات الدالة g .
 - بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.27 < \alpha < 1.28$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.
- II. لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (e^x - 1)(2 - x)$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.
 - أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - x)$ ، ثم استنتج وجود مستقيم مقارب (Δ) للمنحنى (C_f) يطلب تعيين معادلة له عند $-\infty$.
 - أدرس وضعية (C_f) و (Δ) .
 - أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
 - عين دون حساب $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+\alpha) - f(\alpha)}{h}$ ، مفسرا النتيجة بيانيا.
 - بين أن $f(\alpha) = \alpha - 3 + \frac{1}{\alpha - 1}$.
 - أثبت أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين يطلب تعيين إحداثيهما.
 - عين إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.
 - أنشئ بدقة كلا من (C_f) و (Δ) (نأخذ $f(\alpha) \approx 1.9$)
 - ناقش حسب قيم الوسيط k عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = kx - 2$.
 - لتكن h دالة معرفة بـ: $h(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ (لا يطلب حساب $h(x)$)
 - أحسب $h'(x)$ مشتقة الدالة h .
 - استنتج جدول تغيراتها.

التصحيح النموذجي

-I-

$$(1) \text{ تغيرات الدالة } g: \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$$

$$g'(x) = -1 - e^{-x}$$

$$g'(x) < 0, \text{ الدالة } g \text{ متناقصة تماما على } \mathbb{R}$$

(2) تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة

$$\text{إشارة } g(x) : g(x) = 0 \text{ تكافئ } x = \alpha$$

$$g(x) > 0 \text{ تكافئ } x < \alpha, g(x) < 0 \text{ تكافئ } x > \alpha$$

-II-

$$(1) \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - x = -2 \text{ (} C_f \text{) يقبل مستقيم مقارب } (\Delta) \text{ معادلته } y = x - 2 \text{ عند } -\infty$$

$$(3) (C_f) \text{ يقع أسفل } (\Delta) \text{ على المجال } [2; +\infty[$$

$$(C_f) \text{ يقع أعلى } (\Delta) \text{ على المجال }]-\infty; 2]$$

$$(C_f) \text{ يقطع } (\Delta) \text{ في النقطة ذات الإحداثيات } A(2; 0)$$

$$(4) f \text{ قابلة للاشتقاق على } \mathbb{R} : f'(x) = e^x g(x)$$

$$f \text{ متزايدة تماما على المجال }]-\infty; \alpha]$$

$$f \text{ متناقصة تماما على المجال } [\alpha; +\infty[$$

$$f \text{ تقبل قيمة حدية محلية كبرى عند } x = \alpha$$

$$(5) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+\alpha) - f(\alpha)}{h} = f'(\alpha) = 0 \text{ (} C_f \text{) يقبل نصف مماس عند النقطة } B(\alpha, f(\alpha))$$

موازي لحامل محور الفواصل

$$(6) f(\alpha) = \alpha - 3 + \frac{1}{\alpha - 1}$$

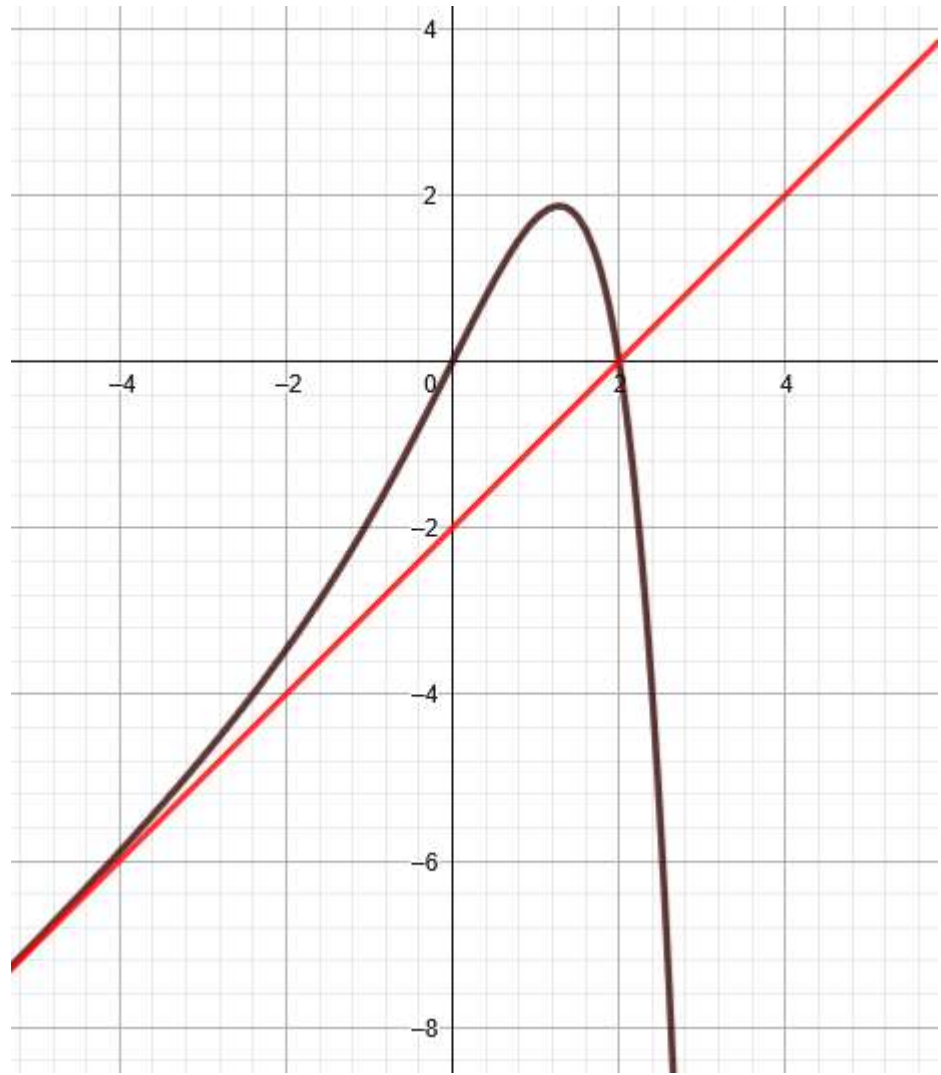
$$(7) (C_f) \cap (ox) = \{A(2; 0); O(0; 0)\}$$

$$(8) f(x) > 0 \text{ تكافئ } x \in]0; 2[$$

$$f(x) < 0 \text{ تكافئ } x \in]-\infty; 0[\cup]2; +\infty[$$

$$f(x) = 0 \text{ تكافئ } x = 0 \text{ أو } x = 2$$

(9) الرسم



(10) المناقشة البيانية الدورانية

حلول المعادلة $f(x) = kx - 2$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلتها من الشكل $y = kx - 2$ التي تشمل النقطة $\omega(0; 2)$ مع k وسيط حقيقي من أجل $k < 1$ المعادلة تقبل حلين تمايزين مختلفين في الإشارة من أجل $k \geq 1$ المعادلة تقبل حل واحد موجب

$$h'(x) = \frac{-1}{x^2} f'\left(\frac{1}{x}\right) \quad (1) \quad (11)$$

(2) جدول تغيرات الدالة h :

$$\lim_{x \rightarrow 0} h(x) = -\infty \quad \lim_{|x| \rightarrow +\infty} h(x) = 0$$

h متناقصة تماما على المجالين $]-\infty; 0[$ و $]\frac{1}{\alpha}; +\infty[$

h متزايدة تماما على المجال $]0; \frac{1}{\alpha}]$