

المستوى: الثالثة علوم تجريبية

جانفي 2022

الفرض في مادة الرياضيات

المدة : ساعتين.

التمرين 1

نعتبر المعادلة التفاضلية : (E) $y' - 2y = x e^x$

g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب : $g(x) = (ax + b)e^x$ حيث α عدد حقيقي

(1) عين العددين a و b حتى تكون g حلا للمعادلة (E)

(2) عين مجموعة حلول المعادلة (E') $y' - 2y = 0$

(3) بين ان تكون الدالة f حلا للمعادلة (E') إذا و فقط إذا كانت $f + g$ حلا للمعادلة (E)

(4) استنتج جميع حلول المعادلة (E)

(5) عين الحل الخاص للمعادلة (E) الذي يندم عند 0

التمرين 2

الجزء الأول : g دالة عددية معرفة على $]0; +\infty[$ ب : $g(x) = x^2 + 2 \ln x$

(1) أدرس تغيرات الدالة g .

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0,75 < \alpha < 0,76$.

(3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ ب : $f(x) = 1 - x + \frac{2}{x}(1 + \ln x)$

نسَمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أ حسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y = -x + 1$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ ، ثمّ أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

(2) أ) أثبت أنّه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f و شكّل جدول تغيّراتها.

(3) أ) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلة له.

ب) أثبت أنّ : $f(\alpha) = 1 - 2\alpha + \frac{2}{\alpha}$ و استنتج حصر $f(\alpha)$.

ج) أحسب $f(2)$ و $f(3)$ ثمّ أرسم المستقيمين (Δ) ، (T) و المنحنى (C_f) في المعلم السابق.

(4) ناقش بياننا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $\frac{2}{x}(1 + \ln x) = m$.

بالتوفيق.