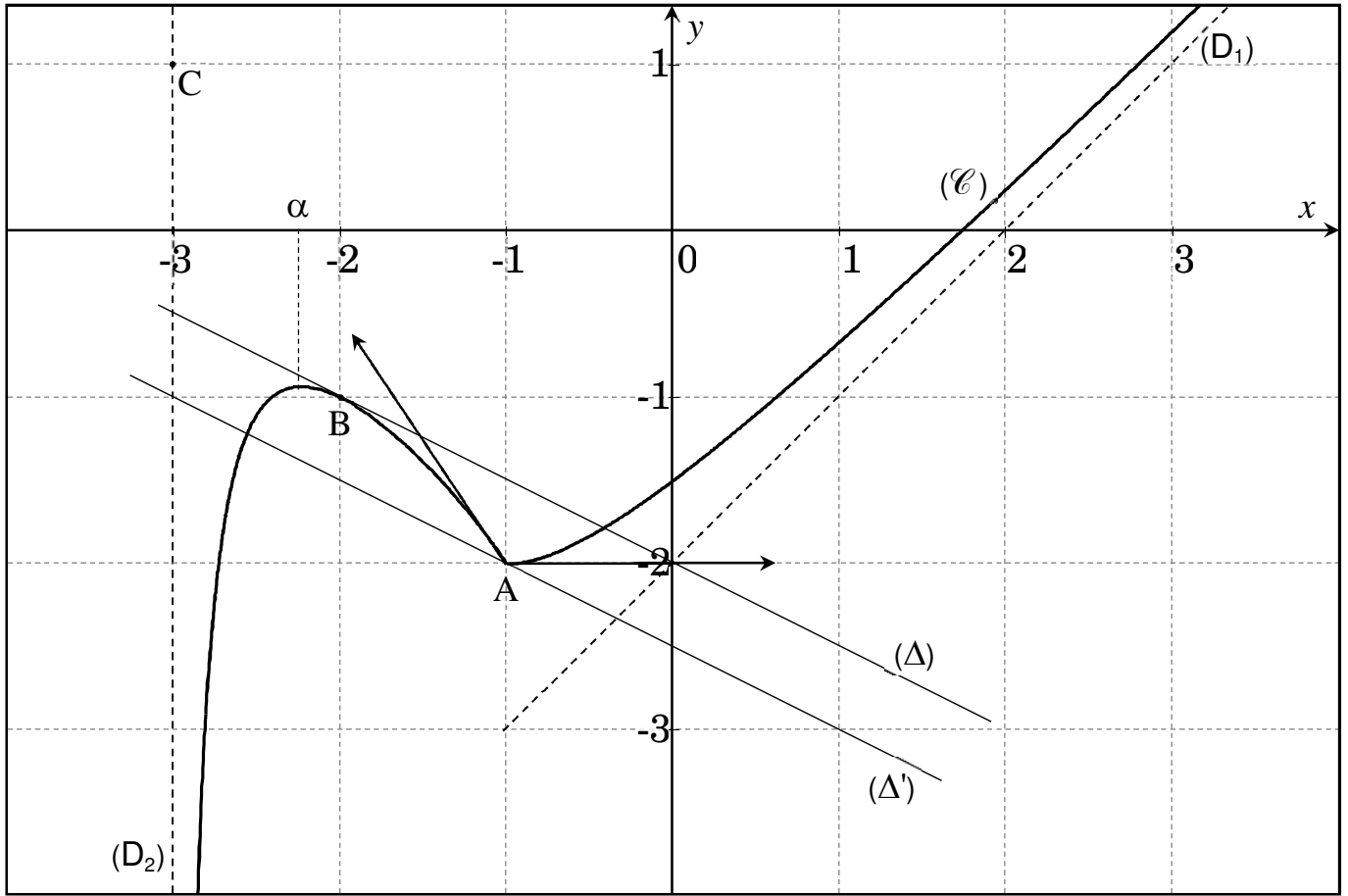


فرض

الفصل الأول

تمرين 1 (09 نقاط)

في الشكل المرفق: التمثيل البياني $(\mathcal{C})$ للدالة f المعرفة على المجال $]-3; +\infty[$. (D_1) المستقيم المقارب المائل لـ $(\mathcal{C})$ بجوار $+\infty$ ، (D_2) المستقيم المقارب لـ $(\mathcal{C})$ عند النقطة $B(-2; -1)$ ، (Δ') المستقيم الذي يوازي (Δ) ويشمل النقطة $A(-1; -2)$ ، كما يوجد نصفي مماسين عند النقطة A أحدهما يوازي حامل محور الفواصل والآخر يشمل النقطة $C(-3; 1)$ ، $(\mathcal{C})$ يقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل عند نقطة فاصلتها α .



1) اكتب معادلة لكل من المستقيمين المقاربين (D_1) و (D_2) ، ثم عيّن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$.

2) احسب النهايتين: $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) + 2}{x + 1}$ و $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) + 2}{x + 1}$. ماذا تستنتج؟ وماذا نسوي النقطة A ؟

3) ادرس إشارة $f'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f مبرزاً القيم الحدية والنهايات على المجال $]-3; +\infty[$.

4) اكتب معادلة للمماس (Δ) ، ثم عيّن القيمة المقربة للعدد $f(-1,99)$ ، باستعمال التقريب التآلفي للدالة f .

5) اكتب معادلة لـ (Δ') ، ثم عيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة: $f(x) = m - \frac{x}{2}$ ثلاثة حلول متميزة.

6) ادرس وضعية $(\mathcal{C})$ بالنسبة للمستقيم (AB) . استنتج حلول المتراجحة $(f(x) < -x - 3)$ على المجال $]-3; +\infty[$.

7) g و h الدالتان المعرفتان على $]-3; -1[$ بـ: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ و $h'(x) = f(x)$. عيّن اتجاه تغير كل من g و h .

8) إذا علمت أنّ: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + d}$ على المجال $]-1; +\infty[$ ، عيّن الأعداد الحقيقية a ، b ، c و d .

تمرين 2 (11 نقطة)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - 2 - \frac{9x}{x^2 + 2}$.

ليكن $(\mathcal{C})$ تمثيلها البياني في المستوى المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول 1cm)

(1) احسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - x + 2)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x + 2)$.

(2) بين أن المنحني $(\mathcal{C})$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) . ادرس وضعية المنحني $(\mathcal{C})$ بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x) = \frac{(x^2 - 1)(x^2 + 14)}{(x^2 + 2)^2}$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(4) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحني $(\mathcal{C})$ في النقطة $A(0; -2)$. ادرس وضعية $(\mathcal{C})$ بالنسبة لـ (T) ، ماذا تمثل A ؟

(5) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(-x) + f(x) = -4$ ، استنتج أن $(\mathcal{C})$ يقبل كمركز تناظر نقطة يطلب تعيينها.

(6) اكتب معادلة للمماس (D) للمنحني $(\mathcal{C})$ عند الفاصلة 2. استنتج معادلة لمماس المنحني $(\mathcal{C})$ نظير (D) بالنسبة لـ A .

(7) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$ ، ثم ارسم المستقيم المقارب المائل (Δ) ، المماس (T) والمنحني $(\mathcal{C})$.

(8) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m ، حتى تقبل المعادلة: $\frac{9}{x^2 + 2} = 1 + \frac{m}{x}$ ثلاثة حلول متميزة.

(9) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = f(|x|) + 2$.

ليكن $(\mathcal{C}')$ تمثيلها البياني في المستوى المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(أ) بين أن المعادلة $g(x) = 1$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[1; +\infty[$. أعط حصرا للعدد α سعته 1.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x}$. ماذا تستنتج؟ فسّر ذلك هندسيا.

(ج) بين أن الدالة g زوجية، ثم اشرح كيفية رسم $(\mathcal{C}')$ انطلاقا من $(\mathcal{C})$ وارسم $(\mathcal{C}')$ في المعلم السابق.

سؤال إضافي: 01 نقطة

f_k الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_k(x) = x - 2 - \frac{9kx}{x^2 + 2k}$ ، حيث k وسيط حقيقي موجب تماما.

بين أن الدالة f_k تقبل قيمتين حديتين يطلب تعيينهما.



تصحيح فرض الفصل الأول 2023م

تمرين 1: "عبد المطلب"

$$(D_2): x = -3 \quad ; \quad (D_1): y = x - 2 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = -\infty \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x + 2) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = -2 \quad \text{ومنه}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) + 2}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} \quad (2)$$

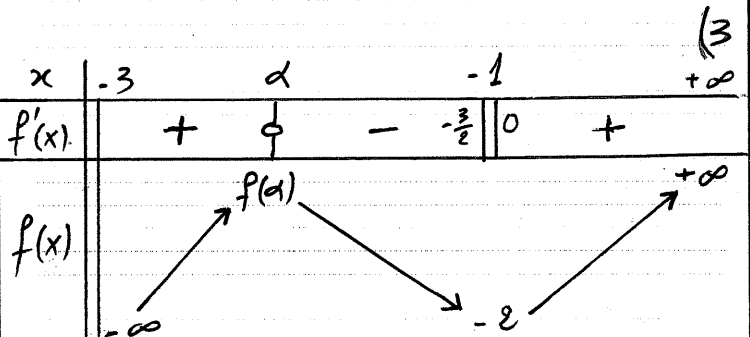
$$= \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{-3}{2} = f'_g(-1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) + 2}{x + 1} = f'_d(-1) = 0$$

f غير قابلة للاشتقاق عند -1

$$f'_g(-1) \neq f'_d(-1)$$

النقطة A تسمى نقطة زاوية.



(4) (Δ) يشمل B(-2; -1) و D(0; -2)

$$y = f'(-2)(x + 2) + f(-2)$$

$$f'(-2) = \frac{y_D - y_B}{x_D - x_B} = \frac{-1}{2}$$

$$(\Delta): \quad y = \frac{-1}{2}x - 2$$

x قريب من -2 من اليمين: $f(x) \approx \frac{-x}{2} - 2$

$$f(-1,99) \approx -\left(\frac{-1,99}{2}\right) - 2 \approx -1,005$$

(5) (Δ') يوازي (Δ) يعني: $y = \frac{-1}{2}x + b$

$$-2 = -\frac{1}{2}(-1) + b : A \text{ يشمل } (\Delta')$$

$$(\Delta): \quad y = \frac{-x}{2} - \frac{5}{2} \quad \text{ومنه:} \quad b = \frac{-5}{2}$$

$$f(x) = \frac{-x}{2} + m$$

تقاطع (ح) مع المستقيمات الموازية لـ (Δ)

$$3 \text{ حلول متمايزة: } -\frac{5}{2} < m < -2$$

(6) وضعية (ح) بالنسبة لـ (AB):

$$(AB): \quad x \in]-2; -1[\cup]-1; +\infty[$$

$$(AB): \quad x \in]-3; -2[$$

(ح) يقطع (AB) عند A و B.

$$y = -x - 3 \quad \text{هي:} \quad (AB)$$

$$x \in]-3; -2[\quad \text{ومنه الحل هو:}$$

$$g'(x) = \frac{-f'(x)}{[f(x)]^2} \quad \text{ومنه:}$$

g متناقصة تماما على $] -3; -2[$

ومتزايدة تماما على $[-2; -1]$

$$f(x) < 0 \quad \text{و} \quad f'(x) = h'(x) \quad \text{و} \quad -3 < x < -1$$

منه: h متناقصة تماما على $] -3; -1[$

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x+d} \quad (8)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0 \quad \text{بما أن}$$

ومنه: (ح) يقبل مستقيما مقاربا

$$b = -2 \quad \text{و} \quad a = 1 \quad (D_1)$$

$$f'(-1) = 0 \quad \text{و} \quad f(-1) = -2$$

$$d \neq 1 \quad \begin{cases} c = d-1 \\ c = (d-1)^2 \end{cases} \quad \begin{cases} -3 + \frac{c}{d-1} = -2 \\ 1 - \frac{c}{(d-1)^2} = 0 \end{cases}$$

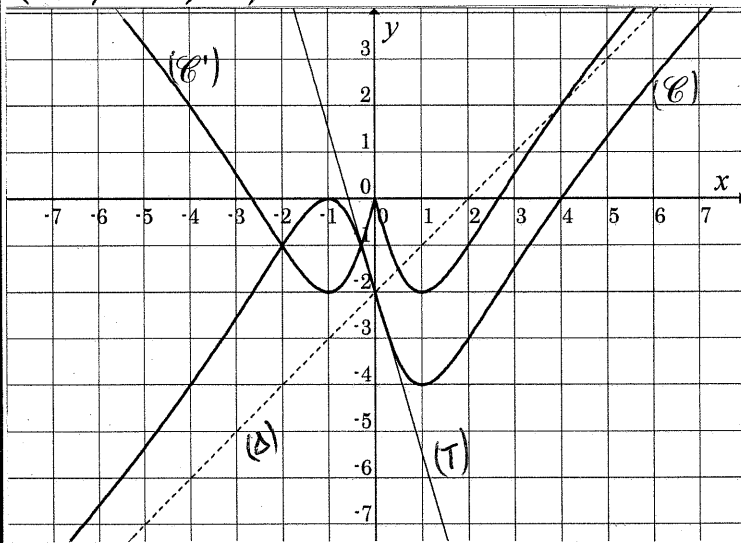
$$d \neq 1 \quad \text{بما أن} \quad (d-1)^2 = d-1$$

$$d-1 = 1 \quad \text{ومنه:} \quad d = 2$$

$$c = d-1 \quad \text{ومنه:} \quad c = 1$$

تمرين 2:

(7) $f(-1)=0$ و منه $f(x)=0$ يعني:
 $x^3-2x^2-7x-4 = (x+1)(x^2-3x-4)=0$
 $(x+1)^2(x-4)=0$ أي $x_2=4$, $x_1=-1$



(8) $-m = x + \frac{9x}{x^2+2}$

نضيف 2 - لطرفي المعادلة:

$f(x) = -m - 2$

خواص كل نقطة تقاطع (ح) مع المستقيمات
 الأفقية $y = -m - 2$ 3 حلول متميزة:

$-m - 2 \in]-4; -2[\cup]-2; 0[$

$-m \in]-2; 0[\cup]0; 2[$

ومنه: $m \in]-2; 0[\cup]0; 2[$

تقاربا
 (9) g مستمرة ومتزايدة لكل

$[1; +\infty[$. $(g(1) = -2)$ و $(\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty)$

$g(1) < 1$ و $(\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) > 1)$

حسب مبرممة القيم المتوسطة $g(x) = 1$

تقبل حل وحيد α حيث $\alpha \in [1; +\infty[$

$g(3) < 1$ و $g(4) > 1$ إذن: $3 < \alpha < 4$

(ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x + \frac{9x}{x^2+2}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(-x^2+7)}{x(x^2+2)} = \frac{7}{2}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \frac{9x}{x^2+2}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x^2-7)}{x(x^2+2)} = \frac{-7}{2}$

$g'_g(0) \neq g'_d(0)$. g غير قابلة للاشتقاق عند 0
 نقطة زاوية عند ما يوجد نصفي مماسين

$g(-x) = f(1-x) + 2 = f(x) + 2 = g(x)$ زوجية:

$g = f + 2$: $x > 0$ يطابق (ح) بالانسيب الذي

تضاعف $(\frac{9}{2})$: $x < 0$ تطابق بالانسيب (د) .
 "عبد المطلب"

(1) بما أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9x}{x^2+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9}{x} = 0$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - x + 2) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x + 2) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - y) = 0$ فإن $(\Delta): y = x - 2$
 $\frac{0}{0} \rightarrow f(x) - y = \frac{-9x}{x^2+2}$

(Δ) أسفل (ح) : $x > 0$

(Δ) أعلى (ح) : $x < 0$

(ح) يقطع (Δ) عند النقطة $A(0; -2)$

(3) $f'(x) = 1 - \frac{9(x^2+2) - 18x^2}{(x^2+2)^2} = \frac{x^4 + 13x^2 - 14}{(x^2+2)^2}$

$f'(x) = \frac{(x^2-1)(x^2+14)}{(x^2+2)^2}$

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			0		-4	
			$-\infty$			$+\infty$

(4) $y = f'(0)(x-0) + f(0) = \frac{-7}{2}x - 2$

الوضعية: $f(x) - y = \frac{9x^3}{2(x^2+2)}$

$x > 0$: (ح) أعلى (ت)

$x < 0$: (ح) أسفل (ت)

(ح) يخترق (ت) في النقطة A

A تمثل نقطة انعطاف .

(5) $f(-x) + f(x) = -x - 2 + \frac{9x}{x^2+2} + x - 2 - \frac{9x}{x^2+2}$

$f(-x) + f(x) = -4$

$f(2(0-x) + f(x) = 2(-2)$ و منه A مركز تناظر

(6) $y = f'(2)(x-2) + f(2) = \frac{3}{2}x - 6$ (D)

بما أن $f(-x) = -4 - f(x)$:

$-y - 4 = \frac{3}{2}(-x) - 6$

نظير (D)
 بالنسبة A: $y = \frac{3}{2}x + 2$