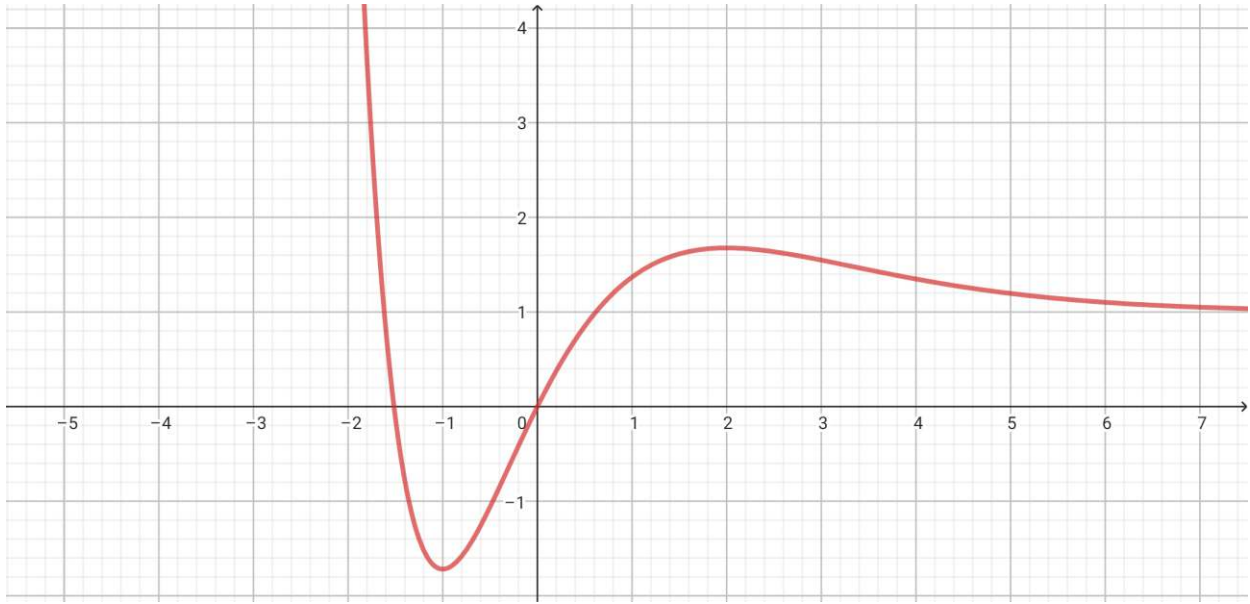


التمرين الأول:

الجزء الأول: لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (x^2 + ax + b)e^{-x} + c$ ، حيث a و b و c أعداد حقيقية، و (C_g) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، كما يلي:



(1) **بقراءة بيانية:** أ) عين نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها.

ب) عين $g(0)$ و $g'(-1)$.

ج) شكل جدول تغيرات الدالة g .

(2) أ) أحسب $g'(x)$ بدلالة a و b .

ب) باستعمال معطيات سابقة، بين أن: $g(x) = (x^2 + x - 1)e^{-x} + 1$.

(3) أ) أثبت وجود عدد حقيقي وحيد α من المجال $[-1.52; -1.51]$ حل للمعادلة $g(x) = 0$.

ب) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني: نعتبر f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -x + (x^2 + 3x + 2)e^{-x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

(2) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) بجوار $+\infty$ معادلته: $y = -x$.

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

- (3) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x) = -g(x)$.
 ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- (4) بين أن (C_f) يقبل نقطتي إنعطاف يُطلب تعيين إحداثيهما.
- (5) أنشئ (Δ) و (C_f) . (نأخذ: $f(\alpha) = 0.38$)
- (6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة:
- $$x^2 + 3x + 2 = (x + m)e^x$$

التمرين الثاني:

الجزء الأول:

- (1) حل المعادلة التفاضلية $(E) : y' + y - 1 = 0$.
- (2) عين الحل الخاص g للمعادلة التفاضلية (E) بحيث منحنى الدالة g يشمل النقطة $(0; 2)$.
- (3) استنتج أن الدالة g متناقصة تماما على $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني: نعتبر f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \ln(e^{-x} + 1)$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) تحقق أن $f = \ln \circ g$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .
- (2) عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها، ثم فسر ذلك بيانيا.
- (3) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x) = -x + \ln(e^x + 1)$.
 ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.
- (4) أحسب $f(0)$ و $f(\ln 2)$ ، ثم أنشئ المستقيمين المقاربين والمنحنى (C_f) .

الجزء الثالث: لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = \ln\left(\frac{e^x}{e^x + 1}\right)$.

- (1) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x) + h(x) = 0$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.
- (2) إنطلاقا من (C_f) أنشئ منحنى الدالة h في نفس المعلم السابق.

بالتوفيق للجميع...

الإجابة	الإجابة النموذجية	العلامة	الإجابة النموذجية																									
0,5	ولدينا : $g'(-1)=0$ ومنه : $-1-2+a+a-b=0$ أي : $2a=b+3$ ومنه $2a=2$ إذن : $a=1$ إذن : $g(x) = (x^2+x-1)e^{-x} + 1$ <u>(3) لدينا : الدالة g مستمرة</u> ومتناقصة تماما على المجال $] -1,52 ; -1,51[$ $g(-1,52) \approx 0,04$ $g(-1,51) \approx -0,04$ ومنه $0 < g(-1,52) \cdot g(-1,51)$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة لمطابقة $g(x)=0$ نقتد حلا وحيدا α فيه المجال $] -1,52 ; -1,51[$. <u>جـ : إشارة $g(x)$</u> <table border="1"> <tr> <th>x</th> <th>$-\infty$</th> <th>α</th> <th>0</th> <th>$+\infty$</th> </tr> <tr> <th>$g(x)$</th> <td>+</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	α	0	$+\infty$	$g(x)$	+	-	-	+	0,5	التصحيح الأول : (12 نقطة) $g(x) = (x^2+ax+b)e^{-x} + c$ <u>الجزء 01 :</u> <u>(1) قراءة بيان :</u> $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$ $g'(-1)=0$ و $g(0)=0$ <u>جـ : جدول التغيرات :</u> <table border="1"> <tr> <th>x</th> <th>$-\infty$</th> <th>-1</th> <th>0</th> <th>$+\infty$</th> </tr> <tr> <th>$g'(x)$</th> <td></td> <td>-</td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> <tr> <th>$g(x)$</th> <td>$+\infty$</td> <td>$g(-1)$</td> <td>$g(0)$</td> <td>1</td> </tr> </table> <u>2) حساب $g'(x)$: من أجل كل $x \in \mathbb{R}$:</u> $g'(x) = (2x+a)e^{-x} - (x^2+ax+b)e^{-x}$ $g'(x) = (2x+a-x^2-ax-b)e^{-x}$ $g'(x) = (-x^2+(2-a)x+(a-b))e^{-x}$ <u>جـ : حساب النهاية :</u> $\lim_{x \rightarrow +\infty} [(x^2+ax+b)e^{-x}] + c = 1 \dots (1)$ ومنه : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x^2}{e^x} + \frac{ax}{e^x} + \frac{b}{e^x} + c \right] = 1$ إذن : $c=1$ ولدينا : $g(0)=0$ ومنه : $b+c=0$ أي : $b+1=0$ ومنه $b=-1$	x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	$g'(x)$		-	+	-	$g(x)$	$+\infty$	$g(-1)$	$g(0)$	1
x	$-\infty$	α	0	$+\infty$																								
$g(x)$	+	-	-	+																								
x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$																								
$g'(x)$		-	+	-																								
$g(x)$	$+\infty$	$g(-1)$	$g(0)$	1																								
0,75		0,5																										
0,5		0,75																										
0,5		0,5																										
0,5		0,5																										

5. الإنشاء :

6. المناقشة البائية :

لدينا : $x^2 + 3x + 2 = (x+m)e^x$

مفناه : $(x^2 + 3x + 2)e^{-x} = x + m$

ومنه : $-x + (x^2 + 3x + 2)e^{-x} = m$

أي : $f(x) = m \dots (E)$

ومنه حلول المعادلة يكون m إيجابيا أو سلبيا

نقطة تقاطع (φ) مع المستقيم ذو المعادلة

$y = m \quad (m \in \mathbb{R})$

قيم m	عدد وإشارة حلول المعادلة (E)
$]-\infty; f(d)[$	حل واحد موجب تماما .
$f(d)$	حالتان أحدهما موجب والآخر سالب .
$]f(d); 2[$	حالتان سالبان و حل موجب (3 حلول)
2	حالتان أحدهما مفرد والآخر سالب
$]2; +\infty[$	حل واحد سالب

ن. دراسة الوضع النسبي : من أجل كل $x \in \mathbb{R}$

لدينا : $f(x) - (-x) = (x^2 + 3x + 2)e^{-x}$

$x^2 + 3x + 2 = (x+2)(x+1)$ و $e^{-x} > 0$

ومنه :

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$
$f(x) - (-x)$	+	0	-	+
الوضع النسبي	أفق (Δ)	تقاطع (Δ)	تقاطع (Δ)	فوق (Δ)

3. من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$f'(x) = -1 + (2x+3)e^{-x} - (x^2+3x+2)e^{-x}$

$f'(x) = -1 + (-x^2 - x + 1)e^{-x}$

$f'(x) = -[1 + (x^2 + x - 1)e^{-x}]$

$f'(x) = -g(x)$

ب. اتجاه التغير :

x	$-\infty$	d	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$

ومنه الدالة f متناقصه تماما على

كل من المجالين $]d; +\infty[$ و $]-\infty; d[$

وهناك دائما على $[d; 0]$

جدول التغيرات :

x	$-\infty$	d	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$
$f(x)$	$+\infty$		2	$-\infty$

4. لدينا :

وهذه f'' تتقدم عن -1 و 2 مخرجة

إشارات عن كل منهما ومنه (φ)

يقطع نقطتي انعطاف : $A(-1; 1)$ و $B(2; 0)$

التقريب الثاني : (08 نقاط)

الجزء 01 :

1. حل المعادلة التفاضلية :

$$y' + y - 1 = 0 \quad \dots (E)$$

لدينا (E) تكافؤ : $y' = -y + 1$

ومن حلول المعادلة هي جميع الدوال

المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل :

$$g(x) = C e^{-x} + 1 \quad \text{حيث } C \text{ ثابت حقيقي.}$$

2. لدينا : من أجل $A(0;2) \in (C_g)$

$$g(0) = 2 \quad \text{ومن} \quad C e^0 + 1 = 2 \quad \text{أي} \quad C = 1$$

ومن أجل الخاص للمعادلة (E) في

$$g(x) = e^{-x} + 1 \quad \text{هذه الحالة هو :}$$

3. لدينا من أجل كل عدد حقيقي x

الـ $x \mapsto -x$ متناقصة

تماما على $\mathbb{R}$ ومنه الدالة $x \mapsto e^{-x}$

متناقصة تماما على $\mathbb{R}$ وبالتالي الدالة

g متناقصة تماما كذلك على $\mathbb{R}$.

الجزء 02 :

$$f(x) = \ln(e^{-x} + 1) ; D_f = \mathbb{R}$$

1. لدينا من أجل كل $x \in \mathbb{R}$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \ln(e^{-g(x)} + 1) = f(x)$$

ومنه الدالة f متناقصة تماما على $\mathbb{R}$ [متناقصة على $\mathbb{R}$]

2. حساب النهايات :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \quad \text{لدينا :}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \quad \text{ومن} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$$

ولدينا :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} + 1 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \quad \text{ومن} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \ln x = 0$$

التقسيم البيني :

(φ) يقبل حامل محور الفواصل مقاربا

أفقا له فيه جوار $+\infty$.

3. من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$$\begin{aligned} f(x) &= \ln(e^{-x} + 1) = \ln[e^{-x}(1 + e^x)] \\ &= \ln e^{-x} + \ln(1 + e^x) \\ &= -x + \ln(1 + e^x) \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x] = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\ln(e^x + 1)) = 0$$

ومن (φ) يقبل مستقيما مقاربا ما تلا عنه

$$y = x \quad \text{معادلة}$$

$$f(0) = \ln 2 \quad \text{و} \quad f(\ln 2) = 0$$

5. الإثبات :

الجزء الثالث :

1. من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ لدينا :

$$h(x) = \ln(e^x) - \ln(e^x + 1) = x - \ln(e^x + 1)$$

ومن :

$$f(x) + h(x) = -x + \ln(e^x + 1) + x - \ln(e^x + 1) = 0$$

بيانيا : (C_h) نظير (φ) بالنسبة إلى

حامل محور الفواصل .

$$(h(x) = -f(x))$$

الإثبات :

