

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (05 نقاط)

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المقترحة مع التبرير.

1. إذا كان منحنى الدالة f يقبل مماسا معادلته $x = 2$ فإن:

(أ) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \right) = 1$ (ب) $\lim_{h \rightarrow 2} \left(\frac{f(2+h) - f(2)}{h} \right) = 0$ (ج) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \right) = +\infty$

2. حلول المعادلة التفاضلية $y' - \sqrt{2}y = 1$ هي حلول الدوال المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

(أ) $f: x \mapsto ce^{\sqrt{2}x} + \frac{\sqrt{2}}{2}$ (ب) $f: x \mapsto ce^{\frac{\sqrt{2}}{2}x} - 1$ (ج) $f: x \mapsto ce^{\frac{1}{\sqrt{2}}x} + 1$

3. عدد الأرقام في الكتابة العشرية للعدد 1443^{2022} هو:

(أ) 6387 (ب) 6388 (ج) 6389

4. مجموعة حلول المتراجحة: $\ln(2 - x) + \ln(3 + x) \geq \ln 4$ في $\mathbb{R}$ هي:

(أ) $S = [1; 2]$ (ب) $S =]-2; 1[$ (ج) $S = [-2; 1]$

التمرين الثاني: (08 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

/I/ لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = ae^x + b - x$ حيث a و b عدنان حقيقيان. الشكل المقابل هو التمثيل البياني (C_g) الممثل للدالة g و (Δ) المماس عند النقطة ذات الفاصلة 0. بقراءة بيانية:

1. (أ) عيّن نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

(ب) عيّن $g(0)$ و $g'(0)$.

(ج) عيّن اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.

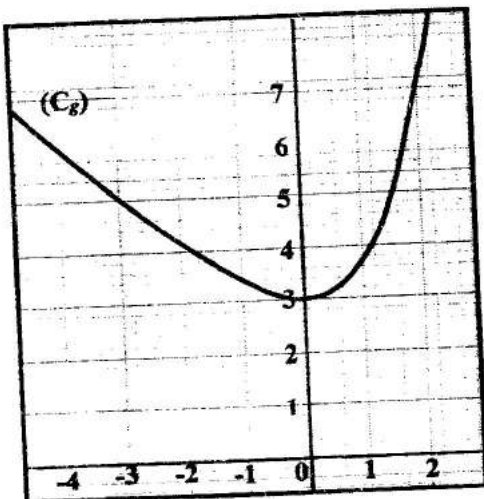
(د) عيّن إشارة الدالة g .

2. (أ) عيّن $g'(x)$ بدلالة a و b .

(ب) باستعمال المعطيات السابقة، بيّن أنّ: $g(x) = e^x + 2 - x$

(ج) أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة التعريف.

(د) عيّن اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.



/II f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x + (x-1)e^{-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1. (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = e^{-x}g(x)$

(ب) أدرس تغيرات الدالة f .

2. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا وحيداً α حيث: $0 < \alpha < \frac{1}{2}$

3. (أ) أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$.

(ب) أدرس الوضعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

4. (أ) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يُطلب تعيين إحداثياتها.

(ب) تحقق أن: $(e^3 - 1)x - e^3y + 5 = 0$ هي معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة A .

5. أرسّم كل من (Δ) ، (T) و (C_f) .

التمرين الثالث (07 نقاط)

$$h(x) = x^2 + 2x + \ln(x+1)$$

/I h دالة عددية معرفة على $]-1, +\infty[$ كما يلي:

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} h(x)$

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1, +\infty[$: $h'(x) = \frac{1+2(x+1)^2}{x+1}$ و استنتج اتجاه

تغير الدالة h ثم أنجز جدول تغيراتها.

3. أحسب $h(0)$ واستنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x .

$$f(x) = x - 1 - \frac{\ln(x+1)}{x+1}$$

/II لتكن الدالة f المعرفة على $]-1, +\infty[$ كما يلي:

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ثم فسّر هذه النتيجة.

(ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(ج) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)]$ واستنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

(د) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم المقارب المائل.

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1, +\infty[$: $f'(x) = \frac{h(x)}{(x+1)^2}$ ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3. بين أن المنحنى (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y = 2$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين 3,3 و 3,4.

4. أرسّم (C_f) والمقاربات.

5. لتكن الدالة g المعرفة على $]-1, +\infty[$ ب: $g(x) = |f(x)|$

(أ) أكتب عبارة الدالة g دون رمز القيمة المطلقة.

(ب) اشرح كيف يمكن رسم (C_g) انطلاقاً من (C_f) ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.

بالتوفيق