

التمرين 1 (10 ن)

(I) لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = e^x + x + 2$

(1) أدرس تغيرات الدالة  $g$ .

(2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في  $\mathbb{R}$  ثم تحقق ان  $-2.2 < \alpha < -2.1$

(3) استنتج إشارة  $g(x)$  حسب قيم العدد الحقيقي  $x$ .

(II) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \frac{1-xe}{e^x+1}$

و ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(\vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب  $\lim f(x)$  ثم فسر النتيجة هندسيا.

(2) احسب  $(x)$

(3) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن : —————

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) أ) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = -x$  مقارب مائل للمنحنى .

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$  .

(5) بين أن :  $f(\alpha) = -(\alpha+1)$  ، ثم استنتج حصرا لـ  $f(\alpha)$ .

(6) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $\beta$  حيث :  $0.5 < \beta < 0.6$

(7) مثل بيانيا كل من  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .

## التمرين 2 (10 ن)

(I) لتكن الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = 1 + x^2 - 2x^2 \ln x$

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $1.5 < \alpha < 2$

(3) استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$ .

(II) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \frac{\ln(x)}{x^2+1}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم فسر النتائج بيانيا.

(2) أ) بين انه من اجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x^2+1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أن :  $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$  ، ثم استنتج حصرا لـ  $f(\alpha)$ .

(4) اكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة التي فاصلتها 1.

(5) أرسم  $(T)$  و  $(C_f)$ . (يعطى  $\alpha = 1.6$ )

(6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط  $m$  عدد حول المعادلة :  $x^3 + 2mx^2 + x - 2\ln x + 2m = 0$

بالتوفيق.

## التصحيح النموذجي

### (I 1) دراسة تغيرات الدالة $g$

النهايات:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$  ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$

حساب  $g'(x)$  :

$g$  دالة قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  و  $g'$  دالتها المشتقة حيث من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  لدينا:  $g'(x) = e^x + 1$

إشارة  $g'(x)$  :  $g'(x) > 0$  لأن  $1 > 0$  و  $e^x > 0$  و منه  $g$  دالة متزايدة تماما على  $\mathbb{R}$

جدول التغيرات

|         |                                                                                    |           |
|---------|------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| $x$     | $-\infty$                                                                          | $+\infty$ |
| $g'(x)$ | +                                                                                  |           |
| $g(x)$  |  |           |

(2) نبين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في  $\mathbb{R}$  ثم تحقق ان  $-2.2 < \alpha < -2.1$

مبرهنة القيم المتوسطة

(3) استنتاج إشارة  $g(x)$  حسب قيم العدد الحقيقي  $x$ .

|        |           |          |           |
|--------|-----------|----------|-----------|
| $x$    | $-\infty$ | $\alpha$ | $+\infty$ |
| $g(x)$ | -         | 0        | +         |

(II 1) حساب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$

التفسير الهندسي ( $C_f$ ) يقبل مستقيم مقارب افقي معادلته  $y = 1$  بجوار  $-\infty$

(2) حساب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

(3) أ) التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن :  $f'(x) = \frac{-g(x)e^x}{(e^x+1)^2}$

ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم تشكيل جدول تغيراتها

• إشارة  $f'(x)$  : عكس إشارة  $g(x)$  لأن  $(e^x + 1)^2 > 0$  و  $e^x > 0$

| $x$     | $-\infty$ | $\alpha$ | $+\infty$ |
|---------|-----------|----------|-----------|
| $-g(x)$ | +         | 0        | -         |
| $f'(x)$ | +         | 0        | -         |

و منه  $f$  دالة متزايدة تماما على المجال  $]-\infty; \alpha]$  و متناقصة تماما على المجال  $[\alpha; +\infty[$

• جدول التغيرات

| $x$     | $-\infty$ | $\alpha$    | $+\infty$ |
|---------|-----------|-------------|-----------|
| $f'(x)$ | +         | 0           | -         |
| $f(x)$  | 1         | $f(\alpha)$ | $-\infty$ |

4 أ) نبين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = -x$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$ .

لدينا من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{1+x}{e^x + 1} \right) = 0$$

اذن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = -x$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$

ب) الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$ .

ندرس إشارة الفرق  $f(x) - y$

| $x$        | $-\infty$ | -1 | $+\infty$ |
|------------|-----------|----|-----------|
| $f(x) - y$ | -         | 0  | +         |

## الوضع النسبي

- على المجال  $]-\infty; -1[$  :  $(C_f)$  يقع تحت  $(\Delta)$
  - على المجال  $]-1; +\infty[$  :  $(C_f)$  يقع فوق  $(\Delta)$
- لما  $x = -1$

$$(C_f) \cap (\Delta) = A(-1; 1)$$

(5) نبين أن :  $f(\alpha) = -(\alpha + 1)$

لدينا  $g(\alpha) = 0$  و منه  $e^\alpha + \alpha + 2 = 0$  اذن (\*) .....  $e^\alpha = -(\alpha + 2)$

$$\text{لدينا } f(\alpha) = \frac{1 - \alpha e^\alpha}{e^\alpha + 1} \text{ ..... (1)}$$

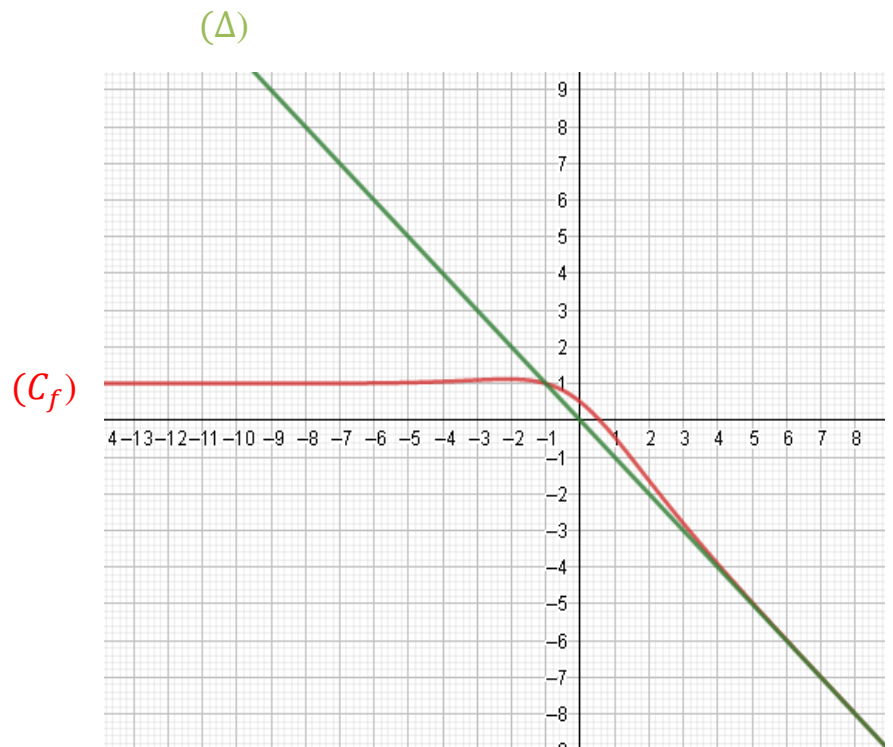
بتعويض (\*) في (1) نجد  $f(\alpha) = -(\alpha + 1)$

استنتاج حصر لـ  $f(\alpha)$  :  $1.1 < f(\alpha) < 1.2$

(6) نبين أن المنحنى  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $\beta$  حيث :  $0.5 < \beta < 0.6$

مبرهنة القيم المتوسطة

(7) التمثيل بيانيا كل من  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .



## تمرين 2

(I) اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.

- حساب  $g'(x)$  :  
 $g$  دالة قابلة للاشتقاق على  $]0; +\infty[$  و  $g'$  دالتها المشتقة حيث من اجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  لدينا:  
 $g'(x) = -4x \ln x$
- إشارة  $g'(x)$  :

| $x$     | 0 | 1 | $+\infty$ |
|---------|---|---|-----------|
| $g'(x)$ |   |   |           |
|         | + | 0 | -         |

و منه  $g$  دالة متزايدة تماما على المجال  $]0; 1[$  و متناقصة تماما على المجال  $[1; +\infty[$

جدول التغيرات

| $x$     | 0 | 1 | $+\infty$ |
|---------|---|---|-----------|
| $g'(x)$ |   |   |           |
|         | + | 0 | -         |
| $g(x)$  |   |   |           |
|         | 1 | 2 | $-\infty$ |

(2) نبين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $1.5 < \alpha < 2$

مبرهنة القيم المتوسطة

(3) استنتاج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$ .

| $x$    | 0 | $\alpha$ | $+\infty$ |
|--------|---|----------|-----------|
| $g(x)$ |   |          |           |
|        | + | 0        | -         |

(II) 1.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$

التفسير البياني:  $(C_f)$  يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته  $x = 0$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

التفسير البياني: ( $C_f$ ) يقبل مستقيم مقارب افقي معادلته  $y = 0$  بجوار  $+\infty$

$$(2) \text{ أ) نبين انه من اجل كل } x \text{ من } ]0; +\infty[ : f'(x) = \frac{g(x)}{x(x^2+1)^2}$$

ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم تشكيل جدول تغيراتها.

| $x$     | 0 | $\alpha$ | $+\infty$ |
|---------|---|----------|-----------|
| $f'(x)$ |   |          |           |
|         | + | 0        | -         |

ومنه الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $]0; \alpha]$  و متناقصة تماما على المجال  $[\alpha; +\infty[$

جدول التغيرات

| $x$     | 0         | $\alpha$    | $+\infty$ |
|---------|-----------|-------------|-----------|
| $f'(x)$ |           |             |           |
|         | +         | 0           | -         |
| $f(x)$  |           |             |           |
|         | $-\infty$ | $f(\alpha)$ | 0         |

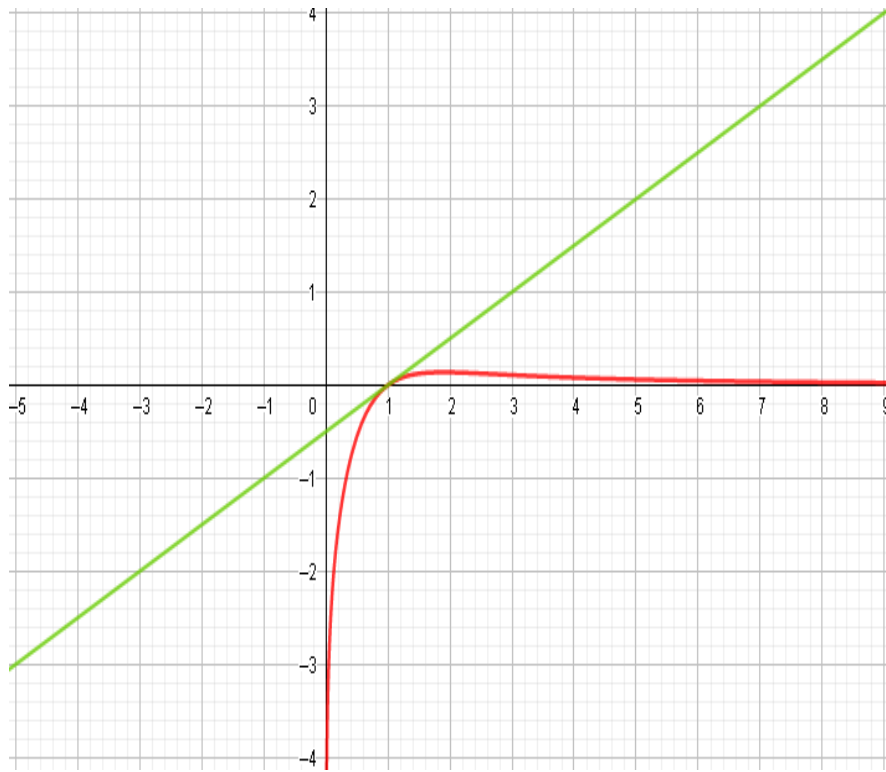
$$(3) \text{ نبين أن : } f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$$

$$\text{حصر } f(\alpha) : 0.125 < f(\alpha) < 0.22$$

(4) معادلة المماس ( $T$ ) للمنحنى ( $C_f$ ) عند النقطة التي فاصلتها 1.

$$(T): y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

(5) رسم (T) و (C<sub>f</sub>).



(6) المناقشة بيانيا حسب قيم الوسيط  $m$  عدد حول المعادلة :  $x^3 + 2mx^2 + x - 2\ln x + 2m = 0$

لدينا  $x^3 + 2mx^2 + x - 2\ln x + 2m = 0$  ومنه  $f(x) = \frac{1}{2}x + m$

حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  والمستقيم ذو المعادلة  $y = \frac{1}{2}x + m$  الذي يوازي )

- لما  $m \in ]-\infty; -\frac{1}{2}]$  فإن المعادلة تقبل حلين

- لما  $m = -\frac{1}{2}$  فإن المعادلة تقبل حل وحيد هو 1

- لما  $m \in ]-\frac{1}{2}; +\infty[$  المعادلة لا تقبل حلول.