

فيفري 2022

المستوى: الثالثة تسيير و اقتصاد

المدة : ساعتين.

فرض الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x + 1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب نهايات f عند $-\infty$ و $+\infty$.

(2) أ) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $f'(x) = \frac{(e^x - 1)^2}{(e^x + 1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند الفاصلة 0.

(4) أ) بين ان (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

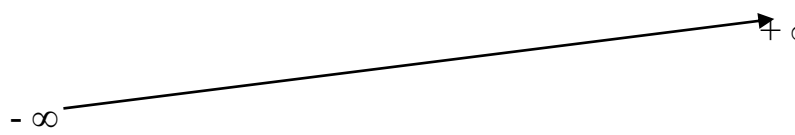
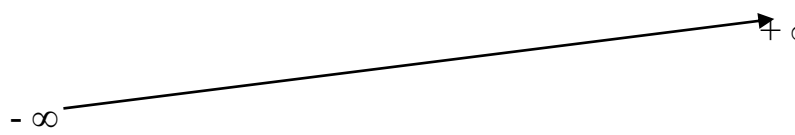
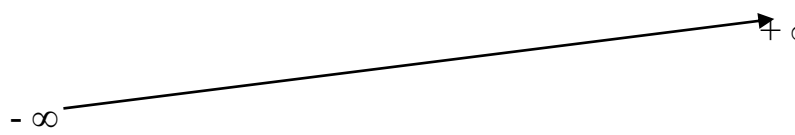
(5) بين أن النقطة $\Omega(0; 1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

(6) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-2.76 < \alpha < -2.77$.

(7) ارسم (Δ) و (C_f) .

بالتوفيق.

التصحيح النموذجي

العلامة	الحل	رقم التمرين									
	(1) حسب نهايات f عند $-\infty$ و $+\infty$. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x - 1 + \frac{4}{e^x + 1} = +\infty ; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x - 1 + \frac{4}{e^x + 1} = -\infty$ (2) أ) نبين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن $f'(x) = \frac{(e^x - 1)^2}{(e^x + 1)^2}$ $f'(x) = 1 - \frac{4e^x}{(e^x + 1)^2} = \frac{(e^x + 1)^2 - 4e^x}{(e^x + 1)^2} = \frac{(e^x - 1)^2}{(e^x + 1)^2}$ ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة f ثم تشكيل جدول تغيراتها. بما أن $f'(x) > 0$ فإن الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ جدول التغيرات <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 10%;">x</td><td style="width: 40%;">$-\infty$</td><td style="width: 40%;">$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$f'(x)$</td><td colspan="2">0</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td colspan="2">  </td></tr> </table> (3) معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند الفاصلة 0. $y=0$ (4) أ) نبين ان (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.	x	$-\infty$	$+\infty$	$f'(x)$	0		$f(x)$			التمرين
x	$-\infty$	$+\infty$									
$f'(x)$	0										
$f(x)$											

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{e^x + 1} = 0$$

(ب) وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

$$f(x) - y = x - 1 + \frac{4}{e^x + 1} - (x - 1) = \frac{4}{e^x + 1} > 0$$

ومنه (C_f) فوق (Δ)

(5) نبين أن النقطة $\Omega(0; 1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

$$\begin{aligned} f(2 \times 0 - x) &= f(-x) = -x - 1 + \frac{4}{e^{-x} + 1} = -x - 1 + \frac{4e^x}{1 + e^x} \\ &= -x + \frac{3e^x - 1}{1 + e^x} \end{aligned}$$

$$2 \times 1 - f(x) = 2 - x + 1 - \frac{4}{e^x + 1} = -x + \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$$

إذا من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(2 \times 0 - x) = 2 \times 1 - f(x)$ ، وبالتالي $\omega(0; 1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

(6) نبين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-2.77 < \alpha < -2.76$.

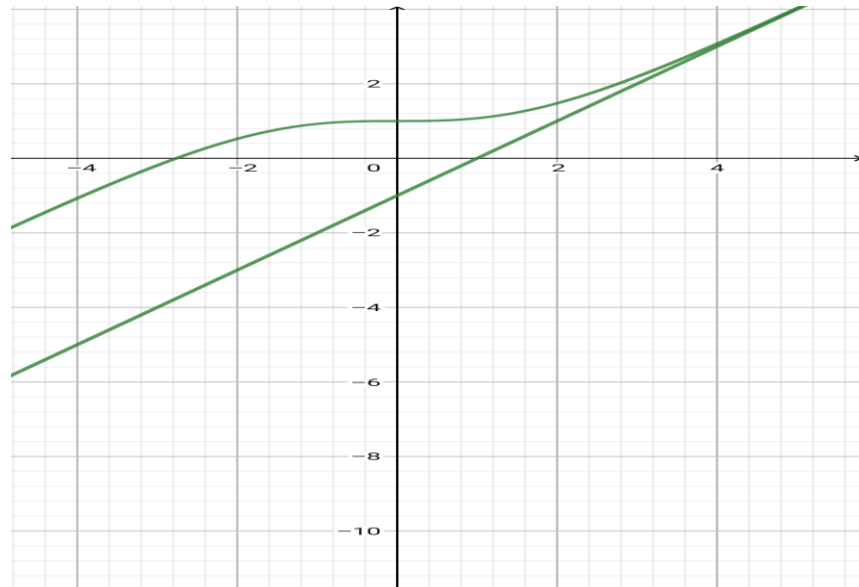
لدينا الدالة f مستمرة ومنتزادة تماما على $\mathbb{R}$ إذا هي كذلك على المجال $[-2.77; -2.76]$ ولدينا

$$f(-2.76) \approx 0.0019 \text{ و } f(-2.77) \approx -0.0586 \text{ إذا } f(-2.77) \times f(-2.76) < 0$$

و منه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا

$$\alpha \text{ حيث } -2.77 < \alpha < -2.76$$

(7) رسم (Δ) و (C_f) .



--	--	--	--