

المستوى الثالثة ثانوي شعبة علوم تجريبية

فرض الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

e^0 سا

التمرين:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = e^x - ex - 1$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أ - أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب - أحسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها.

ج - شكل جدول تغيرات الدالة f .

(2) أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + ex + 1] = 0$ ثم استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم

مقارب مائل (Δ) عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلته.

ب - أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

ج - بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (d) ذو المعادلة

$$y = (1 - e)x + e^2$$

يطلب كتابة معادلة له.

(3) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث

$$1.75 < \alpha < 1.76$$

(4) أرسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى (C_f) .

(5) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = -ex + m$.

(6) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = e^{|x|} - e|x| - 1$ ، (C_h) تمثيلها

البياني في المعلم السابق.

أ- بين أن الدالة h زوجية. فسر النتيجة بيانيا

ب- أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة وبدلالة $f(x)$.

ت- اشرح كيفية رسم (C_h) المنحنى انطلاقا من المنحنى (C_f) دون رسمه.

التصحيح النموذجي

التمرين

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

ب - من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ لدينا : $f'(x) = e^x - e$

$$f'(x) = 0 \text{ تكافئ } x = 1$$

$$f'(x) > 0 \text{ تكافئ } x > 1$$

$$f'(x) < 0 \text{ تكافئ } x < 1$$

ج - جدول تغيرات الدالة f :

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + ex + 1] = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-ex - 1)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

(C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y = -ex - 1$ عند $-\infty$

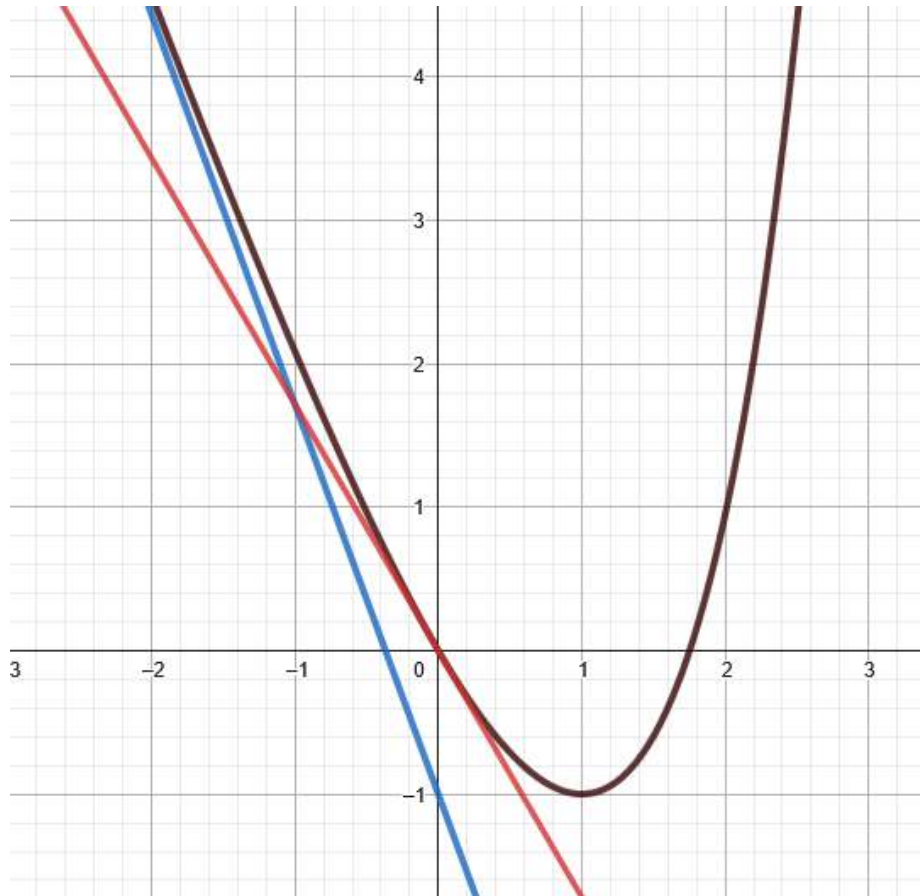
ب - إشارة الفرق $f(x) - (-ex - 1) = e^x$

$e^x > 0$ مهما يكن x من $\mathbb{R}$ إذن (C_f) أعلى (Δ) على المجال $]-\infty; +\infty[$

ج - $(d) \parallel (T)$ تكافئ $f'(x_0) = 1 - e$ تكافئ $x_0 = 0$

$$(T): y = (1 - e)x$$

(3) تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة



(4) الرسم

- (5) المناقشة البيانية المائلة : حلول المعادلة $f(x) = -ex + m$ هي فوصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) والمستقيم ذو المعادلة $y = -ex + m$ الموازي للمستقيم (Δ)
- $m \leq -1$ ، المعادلة لا تقبل حلول
- $-1 < m < 0$ ، المعادلة تقبل حل واحد سالب
- $m = 0$ المعادلة تقبل حل معدوم
- $m > 0$ المعادلة تقبل حل واحد موجب
- (6) أ- من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ ، $-x \in \mathbb{R}$ لدينا $h(-x) = h(x)$ إذن الدالة h زوجية
- (C_h) متناظر بالنسبة لحامل محور الترتيب
- ب- من أجل كل $x \geq 0$ لدينا $h(x) = f(x)$
- من أجل كل $x \leq 0$ لدينا $h(x) = f(-x)$
- ت- على المجال $[0; +\infty[$ (C_h) ينطبق على (C_f)
- على المجال $] -\infty; 0]$ (C_h) نظير (C_f) بالنسبة لحامل محور الترتيب.