

المستوى الثالثة ثانوي تسيير و اقتصاد

فرض الفصل الأول في الرياضيات

المدة: 2 سا

التمرين الأول (10 ن):

بلغ عدد سكان مدينة أسبوية سنة 2015 حوالي 20000 نسمة ونضرا لقرار زيادة التعداد السكاني بدأ هذا العدد بالتزايد تدريجيا بنسبة قدرها 6% سنويا ومن جهة أخرى يزداد عدد سكان المدينة سنويا بـ 3000 نسمة بسبب المهاجرين القادمين من بلدان أخرى.

نرمز إلى (U_n) إلى عدد سكان المدينة سنة 2015+n

(1) عين U_0 ثم أحسب U_1 و U_2

(2) هل (U_n) حسابية؟ هل (U_n) هندسية؟ علل

(3) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = 1.06 U_n + 3000$

(4) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة كما يلي:

$$V_n = U_n + 50000$$

(أ) برهن أن المتتالية (V_n) هندسية، يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

(ب) عبر عن V_n بدلالة n ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n

(ج) أحسب $\lim U_n$ و $\lim V_n$

(5) كم يكون عدد السكان سنة 2022؟

التمرين الثاني (10 ن):

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة بـ: $U_0 = -4$ و من أجل كل عدد طبيعي n يكون: $U_{n+1} = \frac{3}{4} U_n + 2$

(1) (أ) أحسب كلا من U_1 ، U_2 و U_3

(ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n < 8$

(ج) أدرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) و استنتج أنها متقاربة

2) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة كما يلي: $V_n = U_n - 8$

أ) برهن أن المتتالية (V_n) هندسية، يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

ب) عبر عن V_n بدلالة n ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n

ج) أحسب $\lim U_n$ و $\lim V_n$

3) أحسب المجموعين S_1 و S_2 بدلالة n حيث:

$$S_1 = V_0 + V_1 + \dots + V_n$$

$$S_2 = U_0 + U_1 + \dots + U_n$$

التصحيح النموذجي:

التمرين الأول (10 ن):

$$(1) U_2 = 25952 \text{ و } U_1 = 24200 , U_0 = 20000$$

(2) (U_n) ليست حسابية و ليست هندسية

$$(3) \text{ من أجل كل عدد طبيعي } n : U_{n+1} = 1.06 U_n + 3000$$

(4)

$$V_n = U_n + 50000$$

(أ) المتتالية (V_n) هندسية أساسها $q = 1.06$ حدها الأول $V_0 = 53000$

(ب) عبر عن $V_n = 53000(1.06)^n$ و $U_n = 53000(1.06)^n - 50000$

(ج) أحسب $\lim U_n = +\infty$ و $\lim V_n = +\infty$

(5) كم يكون عدد السكان سنة 2022:

$$U_n = 53000(1.06)^7 - 50000 \cong 29692.403$$

التمرين الثاني (10 ن):

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة بـ: $U_0 = -4$ و من أجل كل عدد طبيعي n يكون: $U_{n+1} = \frac{3}{4}U_n + 2$

$$(1) \text{ (أ) أحسب كلا من } U_1 = -1 , U_2 = \frac{5}{4} \text{ و } U_3 = \frac{47}{16}$$

(ب) برهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : U_n < 8$

(ج) المتتالية (U_n) متزايدة تماما و متقاربة

(2) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة كما يلي: $V_n = U_n - 8$

(أ) المتتالية (V_n) هندسية، أساسها $q = \frac{3}{4}$ حدها الأول $V_0 = -12$

(ب) عبر عن $V_n = -12\left(\frac{3}{4}\right)^n$ و $U_n = -12\left(\frac{3}{4}\right)^n + 8$

(ج) أحسب $\lim U_n = 8$ و $\lim V_n = 0$

$$S_2 = S_1 + 8(n+1) ; S_1 = -12 \left(\frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}}{1 - \frac{3}{4}} \right) = -48 \left(1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1} \right)$$