

التمرين الأول (7 ن):

نعتبر الأعداد الطبيعية a ، b و c حيث: $a = 2973$ و $b = 2023$ و $c = 1444$

(1) عين بواقي القسمة الاقليدية ل : a ، b و c على 4

(2) استنتج أن $a+b+c$ يقبل القسمة على 4

(3) تحقق أن $b \equiv -1[4]$

• استنتج أن : $a^b + b^a + c \equiv 0[4]$

(4) عين قيم العدد الحقيقي n بحيث يكون: $an + 1962 \equiv 0[4]$

التمرين الثاني (7 ن):

a و b عدنان صحيحان حيث: $a \equiv 1[6]$ و $b \equiv 5[6]$

(1) عين باقي القسمة الاقليدية لكل من : $a+b$ ، $3a-b$ و b^2 على 6

(2) تحقق أن $b \equiv -1[6]$

• استنتج أن : $a^{1444} + b^{2023} \equiv 0[6]$

(3) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $a^n - bn \equiv 0[6]$

التمرين الثالث (6 ن):

(1) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 7^n على 9

(2) عين بواقي القسمة الاقليدية للعدد: $(1429^{2009} + 2008^{1430})$ على 9



تصحيح الواجب الأول للفصل الثاني

التمرين الأول (7):

لدينا :

$$a = 2973 \text{ و } b = 2023 \text{ و } c = 1444$$

(5) تعين بواقي القسمة الاقليدية ل : a و b و c على 4

$$a = 4 \times 743 + 1 \quad \mathbf{a \equiv 1[4]}$$

ومنه باقى القسمة الاقليدية ل 2973 على 4 هو 1

$$b = 4 \times 505 + 3 \quad \mathbf{b \equiv 3[4]}$$

ومنه باقى القسمة الاقليدية ل 2023 على 4 هو 3

$$c = 4 \times 391 + 0 \quad \mathbf{c \equiv 0[4]}$$

ومنه باقى القسمة الاقليدية ل 1444 على 4 هو 0

(6) استنتاج أن a+b+c يقبل القسمة على 4

مما سبق لدينا:

$$a + b + c \equiv 1 + 3 + 0[4]$$

$$a + b + c \equiv 4[4]$$

ومنه:

$$a + b + c \equiv 0[4]$$

بما أن باقى قسمة a + b + c هو 0 فإن a + b + c يقبل القسمة على 4

(7) التحقق أن b ≡ -1[4]

$$\mathbf{b \equiv 3[4]} \quad \text{لدينا:}$$

$$\mathbf{b \equiv 3 - 4[4]} \quad \text{ومنه}$$

$$\mathbf{b \equiv -1[4]} \quad \text{إذن: (و.م.)}$$

• استنتاج أن :

$$a^b + b^a + c \equiv 0[4]$$

$$a^b + b^a + c \equiv 1^{2023} - 1^{2973} + 0[4]$$

$$a^b + b^a + c \equiv 1 - 1 + 0[4]$$

إذن:

$$a^b + b^a + c \equiv 0[4]$$

(8) تعين قيم العدد الحقيقي n بحيث يكون:

$$an + 1962 \equiv 0[4]$$

$$\mathbf{a \equiv 1[4]} \text{ و } \mathbf{1992 \equiv 2[4]}$$

لدينا :

$$1n + 2 \equiv 0[4]$$

معناه أن

$$n + 2 \equiv 0[4]$$

$$n + 2 - 2 \equiv 0 - 2[4]$$

$$n \equiv -2[4]$$

$$n \equiv 2[4]$$

إذن

$$n = 4K + 2$$

وعليه

ومنه قيمة n حتى يكون $an + 1962 \equiv 0[4]$ هي $4K + 2$

$$n = 6K + 5$$

وعليه

ومنه قيمة n حتى يكون: $a^n - bn \equiv 0[6]$ هي $6K + 5$

التمرين الثالث (6):

(1) تعين تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية ل 7^n

على 9:

$$7^0 = 1, \quad 7^0 \equiv 1[9] \quad \text{لما : } n=0$$

$$7^1 = 7, \quad 7^1 \equiv 7[9] \quad \text{لما : } n=1$$

$$7^2 = 4, \quad 7^2 \equiv 4[9] \quad \text{لما : } n=2$$

$$7^3 = 343, \quad 7^3 \equiv 1[9] \quad \text{لما : } n=3$$

القسمة دورية و دورها هو : 3k

التمرين الثاني (7):

$$\mathbf{b \equiv 5[6]} \quad \text{لدينا: } \mathbf{a \equiv 1[6]}$$

(1) تعين بواقي القسمة الاقليدية ل:

$$\bullet \quad \mathbf{a + b \equiv 6[6]}$$

$$\mathbf{a + b \equiv 0[6]}$$

ومنه باقى القسمة الاقليدية ل a+b على 6 هو 0

$$\bullet \quad \mathbf{3a - b \equiv 3(1) - 5[6]}$$

$$\mathbf{3a - b \equiv -2[6]}$$

$$\mathbf{3a - b \equiv 4[6]}$$

ومنه باقى القسمة الاقليدية ل 3a-b على 6 هو 4

$$\bullet \quad \mathbf{b^2 \equiv 25[6]}$$

$$\mathbf{b^2 \equiv 1[6]}$$

ومنه باقى القسمة الاقليدية ل b^2 على 6 هو 1

(2) التحقق أن b ≡ -1[6]

$$\mathbf{b \equiv 5[6]} \quad \text{لدينا:}$$

$$\mathbf{b \equiv 5 - 6[6]} \quad \text{ومنه}$$

$$\mathbf{b \equiv -1[6]} \quad \text{إذن: (و.م.)}$$

• استنتاج أن :

$$a^{1444} + b^{2023} \equiv 0[4]$$

لدينا :

$$\mathbf{b \equiv -1[6]}$$

حسب خاصية الأس نجد:

$$\mathbf{a^{1444} \equiv 1^{1444}[6]}$$

$$\mathbf{b^{2023} \equiv -1^{2023}[6]}$$

$$a^{1444} + b^{2023} \equiv 1^{1444} - 1^{2023}[6]$$

$$a^{1444} + b^{2023} \equiv 1 - 1[6]$$

إذن:

$$a^{1444} + b^{2023} \equiv 0[6]$$

بما أن باقى قسمة $a^{1444} + b^{2023}$ هو 0 فإنه يقبل القسمة

على 6 .

(3) تعين قيم العدد الحقيقي n بحيث يكون:

$$\mathbf{a^n - bn \equiv 0[6]}$$

$$\mathbf{1^n + n \equiv 0[6]}$$

$$\mathbf{1 + n \equiv 0[6]}$$

$$\mathbf{1 + n - 1 \equiv 0 - 1[6]}$$

$$\mathbf{n \equiv 5[6]}$$

$$\mathbf{2008^{1430} \equiv 1^{1430}[9]}$$

$$\mathbf{2008^{1430} \equiv 1[9]}$$

إذن:

$$1429^{2009} + 2008^{1430} \equiv 4 + 1[9]$$

$$1429^{2009} + 2008^{1430} \equiv 5[9]$$

ومنه باقى القسمة الاقليدية ل 1429^{2009} + 2008^{1430} على 9 هو 5 .

• جدول البواقي:

$n \equiv$	$3k$	$3k+1$	$3k+2$	
$7^n \equiv$	1	7	4	

وعليه بواقي قسمة 7^n على 9 هي على الترتيب 1، 7، 4، مهما كان $n \in \mathbb{N}$

(2) تعيين باقي القسمة الاقليدية للعدد :

$$2008^{1430} + 1429^{2009} \text{ على } 9$$

أولاً: نعين بواقي القسمة الاقليدية لـ:

- $1429 = 158 \times 9 + 7 \quad 1429 \equiv 7[9]$
- $2009 = 3k + 2 \quad 2009 \equiv 2[9]$
- $2008 = 223 \times 9 + 1 \quad 2008 \equiv 1[9]$

ثانياً:

- $1429^{2009} \equiv 7^{2009}[9]$
- $1429^{2009} \equiv 7^{3k+2}[9]$

ومنه:

$$7^{3k+2} \equiv 4[9]$$

وعليه حسب خاصية التعدي نجد:

$$1429^{2009} \equiv 4[9]$$