

★ التمرين الأول (6p) : أوجد دالة أصلية في كل حالة على  $D$  :

$$k(x) = \frac{1}{x \ln(x)}$$

$$h(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$$

$$g(x) = 3x - 1$$

$$f(x) = x^2 - 3x + 1$$

$$t(x) = \frac{x}{x^2+1}$$

$$s(x) = \frac{2 \ln(x+2)}{x+2}$$

★ التمرين الثاني (7p) :  $(u_n)$  متتالية مُعرَّفة على  $\mathbb{N}$  بـ :

$$\begin{cases} u_0 = -1, u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n \end{cases}$$

1. أحيب  $u_2, u_3$  ، ضع تخمين حول اتجاه تغير  $(u_n)$  هل هي حسابية أم هندسية .

\* نضع  $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$  .

2. برهن أن  $(v_n)$  هندسية أساسها  $q = \frac{1}{2}$  يُطلب حساب حدّها الأول  $v_0$  .

3. أكتب بدلالة  $n$  عبارة  $v_n$  .

4. أحيب المجموعين :  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  ، ثم  $S'_n = v_0 + 2v_1 + 2^2v_2 + \dots + 2^n v_n$  ثم استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$  .

5. نضع  $w_n = \frac{u_n}{v_n}$  . برهن أن  $(w_n)$  متتالية حسابية أساسها  $r = 2$  ثم أحيب  $w_0$  .

7. أكتب بدلالة  $n$  عبارة  $w_n$  ثم استنتج عبارة  $u_n$  ، برهن أن :  $u_n = \frac{2n-1}{2^n}$  .

★ التمرين الثالث (7p) :  $g$  دالة مُعرَّفة على  $]0, +\infty[$  بـ :

$$g(x) = x^3 - x - 2 \ln(x) + 3$$

1. أحيب :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$   $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$

2. أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  .  $[(3x^3 - x - 2) = (x - 1)(3x^2 + 3x + 2)]$  . ثم شكل جدول تغيراتها . استنتج إشارة  $g(x)$

3. لتكن  $f$  دالة مُعرَّفة على  $]0, +\infty[$  بـ :  $f(x) = x - 1 + \frac{x-1+\ln(x)}{x^2}$  .  $(C)$  تمثيلها في م م م  $\|\vec{i}\| = 2cm, \|\vec{j}\| = 2cm$

3. أحيب :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$   $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ثم فسّر النتائج

4.  $h$  دالة مُعرَّفة على  $]0, +\infty[$  بـ :  $h(x) = x - 1 + \ln(x)$  . أدرس تغيرات  $h$  ثم استنتج إشارتها  $(h(1) = 0)$  .

5. برهن أن  $y = x - 1$  :  $(\Delta)$  مُقارب مائل للمنحني  $(C)$  عند  $+\infty$  . يُطلب تعيين الوضع النسبي .

6. برهن أن  $\forall x \in ]0, +\infty[$  يكون :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$  ، ثم شكل جدول تغيراتها .

7. أنشئ كل من  $(\Delta), (C)$  .

8. باستعمال التكامل بالتجزئة ، أوجد دالة أصلية لـ  $x \rightarrow \frac{\ln(x)}{x^2}$  .

9. أحيب مساحة الحيز  $A(\lambda)$  المحدد بـ  $(C)$  و  $(\Delta)$  و المستقيمين اللذين مُعادلتيهما :  $x = 1, x = \lambda, \lambda > 1$  .

10. أحيب :  $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$  ، ثم فسّر النتيجة هندسياً .

\*\*\*\*\*

## ★ وَاجِب مَنَزِلِي (+3p) : أَجِب عَنْ مَايَلِي :

1. المُتتَالِيَةُ  $(u)_n$  المَعْرِفَةُ عَلَى  $\mathbb{N}$  بـ:  $u_n = \frac{1}{2} \times 3^n$  هِيَ : \* حِسَابِيَّة \*\* هَنْدَسِيَّة \*\*\* لَا حِسَابِيَّة لَا هَنْدَسِيَّة
2. المَجْمُوع :  $S = 1962 + 1963 + 1964 \dots 2022 + 2023$  يُسَاوِي : \* 123534 \*\* 123535 \*\*\* 123587
3.  $(U)_n$  مُتتَالِيَةُ مُعْرِفَةُ  $U_{n+1} = \ln(2U_n + 3)$  وَ  $U_0 = \alpha$  . قِيَمَةُ  $\alpha$  كَيْ تَكُون  $(U_n)$  ثَابِتَةً هِيَ : \* 1 \*\* 2 \*\*\* 3
4. القِيَمَةُ المَتَوَسِّطَةُ لِلدَّالَّةِ  $f$  حَيْثُ :  $f(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$  عَلَى المَجَالِ  $[0, 6]$  هِيَ ....
5. حَلُّ المَعَادَلَةِ التَّفَاضُلِيَّةِ :  $[x \ln(x)]y' - 1 = 0$  وَ  $y_e = 0$  هُوَ ...
6.  $f$  دَالَّةٌ مُعْرِفَةُ بـ:  $f(x) = \int_0^x (te^t - 2t + 1) dt$  . عِبَارَةُ المَشْتَقَّةِ  $f'(x) = \dots$

\*\*\*\*\*

## ★ هَدِيَّة : أَحْسِب التَّكَامُلَ: $I = \int_0^\infty e^{t^2} dt$

\*\*\*\*\*END\*\*\*\*\*END\*\*\*\*\*

الرياضيات - عِلْم - لُغَة - فَن