

الموسم الدراسي: 1446 هـ / 24 - 2025 م

فرض الفصل الأول في الرياضيات
للسنة الثالثة ثانوي شعبة تسيير وإقتصاد

رابط الحل

التاريخ : 2024/11/13

أستاذ المادة: مزروح يوسف

المدة: 02 ساعة

يمنع التشطيب في ورقة الإجابة

التمرين الأول: 05 نقاط

في أول جانفي من سنة 2024 أودعت هديل في بنك مبلغا من المال قدره $1000000da$ يقدم البنك فوائد مركبة نسبتها 5% سنويا إلا أن مصاريف تنقلها تفرض عليها سحب مبلغ $10000da$ في نهاية كل سنة (بعد حساب الفوائد). نرسم بـ u_n إلى رصيد هديل بداية جانفي $2024 + n$

1 u_0 ثم احسب u_1 و u_2

2 هل المتتالية (u_n) حسابية؟ هندسية؟ برر جوابك.

3 بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 1.05u_n - 10000$

4 نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = u_n - 200000$

(أ) بين أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

(ب) أكتب V_n بدلالة n

(ج) إستنتج نهاية u_n

(د) كم سيكون في رصيد هديل في نهاية سنة 2030 ؟

التمرين الثاني: 05 نقطة

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بجدها الأول u_0 حيث $u_0 = 4$ و $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 4$

1 برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = -2\left(\frac{1}{3}\right)^n + 6$

2 إستنتج أن (u_n) متقاربة.

3 بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{4}{3}(\frac{1}{3})^n$

4 إستنتج إتجاه تغير المتتالية u_n .

5 من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = u_n - 6$

(أ) أحسب V_0 ثم أكتب V_n بدلالة n .

(ب) بين أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها

(ج) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$.

التمرين الثالث: 10 نقاط

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب : $u_0 = 5$ و $7u_{n+1} = 4u_n + 3$

1 أحسب الحدين u_1 و u_2 .

2 (أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < u_n \leq 5$.

(ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما . ثم إستنتج أنها متقاربة.

3 لتكن المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب : $V_n = u_n - \alpha$ حيث α عدد حقيقي.

(أ) عين قيمة α حتى تكون (V_n) متتالية هندسية معينا أساسها وحدها الأول V_0 .

(ب) في بقية التمرين نضع $\alpha = 1$ أكتب V_n بدلالة n ثم إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 1 + 4(\frac{4}{7})^n$.

(ج) أحسب نهاية (u_n) .

(د) أحسب المجاميع التالية:

$$S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$$

$$S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$$

السفينة آمنة على الشاطئ، لكنها ليست من أجل ذلك صنعت.
باولو كويلو

بالتوفيق .. أستاذ المادة

التصحيح النموذجي للفرض الاول في مادة الرياضيات للسنة 3 ثانوي شعبة تسيير واقتصاد

✍ من إعداد الأستاذ: مزروع يوسف



1

1 عين u_0 ثم احسب u_1 و u_2

$$u_0 = 100000da \quad (0.5)$$

$$u_1 = 100000\left(1 + \frac{5}{100}\right) - 10000 = 95000da \quad (0.5)$$

$$u_2 = 95000\left(1 + \frac{5}{100}\right) - 10000 = 89750da \quad (0.5)$$

2 هل المتتالية (u_n) حسابية؟ هندسية؟ برر جوابك.

$$u_2 - u_1 \neq u_1 - u_0 \text{ وعليه } u_n \text{ ليست حسابية} \quad (0.25)$$

$$\frac{u_2}{u_1} \neq \frac{u_1}{u_0} \text{ وعليه } (u_n) \text{ ليست هندسية} \quad (0.25)$$

3 بين أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 1.05u_n - 10000$

$$\text{لدينا : } u_{n+1} = u_n\left(1 + \frac{5}{100}\right) - 10000 = 1.05u_n - 10000 \quad (0.5)$$

4 نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $V_n = u_n - 200000$

(أ) بين ان (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الأول

$$V_{n+1} = 1.05V_n \text{ وعليه } (V_n) \text{ هندسية وأساسها } q = 1.05 \text{ وحدها الأول } V_0 = -100000 \quad (0.5)$$

(ب) أكتب V_n بدلالة n

$$V_n = -100000(1.05)^n \quad (0.5)$$

(ج) إستنتج نهاية u_n

$$\lim u_n = -\infty \quad (0.5)$$

(د) كم سيكون في رصيد هديل في نهاية سنة 2030 ؟

$$2030 - 2024 + 1 = 7$$

$$u_7 = -100000(1.05)^7 + 200000 = 59289.95da \quad (0.5)$$



2

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0 = 4$ و $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 4$

1 برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n = -2\left(\frac{1}{3}\right)^n + 6$

البرهان بالتراجع (0.5)

2 إستنتج أن (u_n) متقاربة.

$$\lim u_n = 6 \text{ وعليه } u_n \text{ متقاربة} \quad (0.5)$$

3 بين أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{4}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^n$

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= \left[-2\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} + 6\right] - \left[-2\left(\frac{1}{3}\right)^n + 6\right] \\ &= -2\left(\frac{1}{3}\right)^n \left[\frac{1}{3} - 1\right] \\ &= \frac{4}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^n \end{aligned}$$

0.5

4 إستنتج اتجاه تغير المتتالية u_n .

(0.5) u_n متزايدة تماما.

5 من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = u_n - 6$

(أ) أحسب V_0 ثم أكتب V_n بدلالة n .

(0.75) $V_0 = -2$

(0.75) $V_n = -2\left(\frac{1}{3}\right)^n$

(ب) بين أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها

(0.75) $q = \frac{1}{3}$ $V_{n+1} = \frac{1}{3}V_n$ وعليه (V_n) متتالية هندسية وأساسها

(ج) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$

(0.75) $S_n = -3\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right) = -3 + 3\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}$



3

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $u_0 = 5$ و $7u_{n+1} = 4u_n + 3$

1 أحسب الحدين u_1 و u_2 .

(1.5) $u_2 = \frac{113}{49}$

(1.5) $u_1 = \frac{23}{7}$

2 (أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < u_n \leq 5$

(1.0) البرهان بالتراجع + التعدي

(ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما. (0.5) ثم إستنتج أنها متقاربة. (0.5)

3 لتكن المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $V_n = u_n - \alpha$ حيث α عدد حقيقي.

(أ) عين قيمة α حتى تكون (V_n) متتالية هندسية معيناً أساسها وحدها الأول V_0 .

$$\begin{aligned} V_{n+1} &= u_{n+1} - \alpha \\ &= \frac{4}{7}u_n + \frac{3}{7} - \alpha \\ &= \frac{4}{7}(V_n + \alpha) + \frac{3}{7} - \alpha \\ &= \frac{4}{7}V_n + \frac{4}{7}\alpha + \frac{3}{7} - \alpha \end{aligned}$$

يجب ان يكون: $\frac{4}{7}\alpha + \frac{3}{7} - \alpha = 0$

(0.5) $\alpha = 1$ اي

(0.5) فتصبح (V_n) متتالية هندسية وأساسها $q = \frac{4}{7}$ (0.5) وحدها الأول $V_0 = 4$ (0.5)

(ب) في بقية التمرين نضع $\alpha = 1$ أكتب V_n بدلالة n ثم إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 1 + 4\left(\frac{4}{7}\right)^n$

(1.0) $V_n = 4\left(\frac{4}{7}\right)^n$

(1.0) وعليه $u_n = 1 + 4\left(\frac{4}{7}\right)^n$

(ج) أحسب نهاية (u_n) .

(0.5) $\lim u_n = 1$

(د) أحسب المجاميع التالية:

$S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$

$S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

(0.5) $S_n = \frac{28}{3}\left(1 - \left(\frac{4}{7}\right)^{n+1}\right) = \frac{28}{3} - \frac{28}{3}\left(\frac{4}{7}\right)^{n+1}$

(0.5) $S'_n = (V_0 + V_1 + \dots + V_n) + 1(n+1) = \frac{28}{3} - \frac{28}{3}\left(\frac{4}{7}\right)^{n+1} + n + 1 = \frac{31}{3} - \frac{28}{3}\left(\frac{4}{7}\right)^{n+1} + n$