

المستوى الثالثة ثانوي شعبة رياضيات

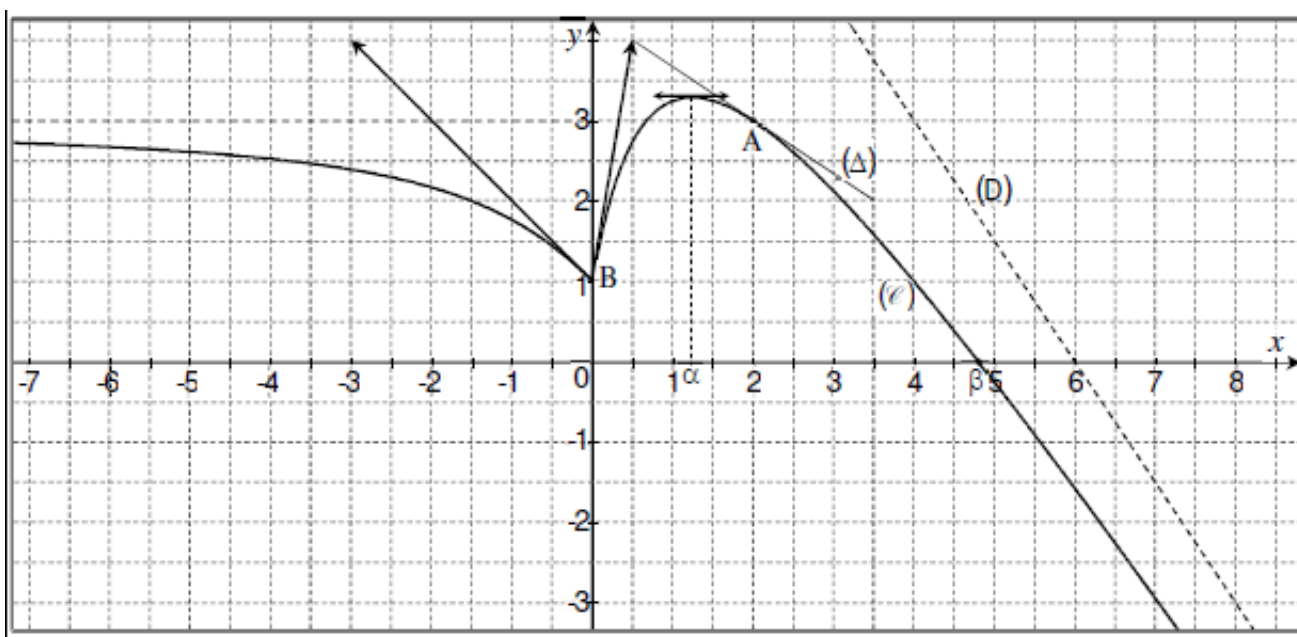
فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات

2سا

يمنع منعاً باتاً الكتابة باللون الأحمر واستعمال المصحح

التمرين الأول :

في الشكل المرفق التمثيل البياني (C) للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ، (Δ) هو المماس لـ (C) عند النقطة $A(2; 3)$ ، كما يوجد نصفي مماسين عند النقطة $B(0; 1)$ ومماساً موازياً لحامل محور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة α



(1) أكتب معادلة المستقيم المقارب المائل (D) ومعادلة المماس (Δ)

(2) عين النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sqrt{f(x)+1}}$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x]$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) + \frac{3}{2}x \right]$

(3) عين النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(-x+4)-3}{x-2}$ ، $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)-1}{x}$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x)-1}{x}$

(4) بين أن الدالة f غير قابلة للإشتقاق عند النقطة B . ماذا نسمي النقطة B ؟

(5) شكل جدول تغيرات الدالة f .

(6) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا β يطلب إعطاء حصرا له سعته 0,5. فسر النتيجة
بيانيا ثم استنتج حسب قيم x إشارة $f(x)$

(7) عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x) = m + 1$ ثلاثة متمايزة

التمرين الثاني :

أ. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 2x + 1 + e^{2x}$

(1) أدرس تغيرات الدالة g

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $] -0,7 ; -0,6[$

(3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

أ. نعتبر دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 1 - x + (x + 1)e^{-2x}$

ونسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أ/ أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف

ب/ استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) عند $+\infty$ معادلته $y = -x + 1$

ج/ أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

(2) أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -g(x)e^{-2x}$

ب/ شكل جدول تغيرات الدالة f

ج/ بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين ذات الفاصلتين x_1 و x_2 حيث:

$$-1,1 < x_1 < -1,2 \text{ و } 1,1 < x_2 < 1,2$$

(3) أحسب $f\left(-\frac{3}{2}\right)$ ، ثم مثل بيانيا (Δ) و (C_f) ، نأخذ $f(\alpha) \approx 2,9$

الطريقة الوحيدة لفهم الرياضيات هي ممارسة الرياضيات

التصحيح النموذجي

التمرين الأول :

$$(1) \quad (\Delta): y = -\frac{2}{3}x + \frac{13}{3}, \quad (D): y = -\frac{3}{2}x + 9$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sqrt{f(x)+1}} = \frac{1}{2}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x] = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) + \frac{3}{2}x \right] = 9$$

$$(3) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)-1}{x} = f'_d(0) = 6, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x)-1}{x} = f'_g(0) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(-x+4)-3}{x-2} = -f'(2) = \frac{2}{3}, \quad \lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha} = f'(\alpha) = 0$$

(4) لدينا $f'_d(0) \neq f'_g(0)$ ومنه f غير قابلة للاشتقاق عند 0، تسمى النقطة B بنقطة زاوية

(5) جدول تغيرات f .

(6) تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة: $4,5 < \beta < 5$ ، المنحنى (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β حيث $4,5 < \beta < 5$.

(7) من أجل $m \in]0; 2[$ المعادلة $f(x) = m + 1$ تقبل ثلاث حلول متميزة

التمرين الثاني :

1. دراسة تغيرات الدالة g :

• النهايات: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$

• اتجاه التغير: $g'(x) = 2 + 2e^{2x}$

$g'(x) > 0$: g متزايدة تماماً على $\mathbb{R}$

(2) تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة

(3) $g(x) > 0$ من أجل $x > \alpha$

$g(x) < 0$ من أجل $x < \alpha$

$g(\alpha) = 0$

1. II. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ / أ

ب/ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x + 1)] = 0$

ج/ $f(x) - y = (x + 1)e^{-2x}$

المنحنى (C_f) يقع تحت (Δ) على المجال $] -\infty; -1]$

المنحنى (C_f) يقع فوق (Δ) على المجال $[-1; +\infty[$

(Δ) يقطع (C_f) عند النقطة $A(-1; 2)$

2 / أ $f'(x) = -g(x)e^{-2x}$

ب/ جدول تغيرات الدالة f

ج/ تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة

3 $f\left(-\frac{3}{2}\right) \approx -7,54$

التمثيل البياني:

