

التمرين الاول : في أول يناير من سنة 2024 مؤسسة كبرى تضم 1500 عامل دراسة أظهرت أن كل سنة جديدة 10% من العمال في أول يناير يحالون على التقاعد وحتى تغطي المؤسسة النقص في عدد عمالها تقوم بتوظيف 100 شاب في خلال السنة

من اجل كل عدد طبيعي n نسمي U_n عدد عمال المؤسسة في 1 يناير سنة $(2024+n)$

(1) احسب $U_2; U_1; U_0$

هل المتتالية (U_n) حسابية ؟ هندسية ؟ برر إجابتك

(ب) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = 0,9U_n + 100$

(2) من اجل كل عدد طبيعي n نضع : $V_n = U_n - 1000$

(3) اثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول

(4) اكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي $U_n = 500 \times 0,9^n + 1000$

(5) ماهو عدد العمال نهاية سنة 2035

(ج) احسب نهاية المتتالية (U_n)

(3) بين انه من اجل كل عدد طبيعي $U_{n+1} - U_n = -50 \times 0,9^n$

(4) استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n)

التمرين الثاني

(I) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R} - \{2\}$ حيث $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 2}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) عين الاعداد الحقيقية a, b, c حيث من اجل كل x من D_f $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}$

(2) احسب نهايات الدالة (C_f) عند اطراف مجال التعريف ثم فسر النتيجة هندسيا

(3) بين ان المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C)

(4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ)

(5) بين ان النقطة $w(2;1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)

(6) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{2\}$ $f'(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x - 2)^2}$

(ا) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

ب) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة (0)

ج) ارسم كلا من (Δ) و (C_f)

د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m حلول للمعادلة $f(x) = m$

II) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $\mathbb{R} - \{-2; 2\}$ حيث $g(x) = \frac{x^2 - 3|x| + 3}{|x| - 2}$

(C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) بين ان الدالة g دالة زوجية

اكتب عبارة $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

2) استنتج كيفية رسم المنحنى (C_g)

تصحيح الاختبار

(1) الحدود $U_2 = 1405; U_1 = 1450; U_0 = 1500$

(2) المتتالية (U_n) ليست حسابية لأن $U_2 - U_1 \neq U_1 - U_0$ وليست هندسية لأن $\frac{U_2}{U_1} \neq \frac{U_1}{U_0}$

ب) بين انه من اجل كل عدد طبيعي $n : U_{n+1} = 0,9U_n + 100$ لدين

$$U_1 = 0,9U_0 + 100$$

$$U_2 = 0,9U_1 + 100$$

فان

$$U_{n+1} = 0,9U_n + 100$$

(3) اثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول

$$V_{n+1} = U_{n+1} - 1000$$

$$V_{n+1} = 0,9U_n + 100 - 1000$$

$$V_{n+1} = 0,9V_n$$

(V_n) متتالية هندسية أساسها $q = 0,9$ وحدها الأول $V_n = U_n - 1000$ أي $V_0 = U_0 - 1000$ أي $V_0 = 500$

(4) عبارة الحد العام V_n بدلالة n أي $V_n = V_0 \times q^n$ أي $V_n = 500 \times 0,9^n$

استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي $V_n = U_n - 1000$ ومنه $U_n = 500 \times 0,9^n + 1000$

(5) ماهو عدد العمال نهاية سنة 2035

$$U_{12} = 500 \times 0,9^{12} + 1000$$

$$U_{12} = 1142$$

ج) احسب نهاية المتتالية (U_n) هي 1000

6) بين انه من اجل كل عدد طبيعي $U_{n+1} - U_n = -50 \times 0,9^n$

$$U_{n+1} - U_n = 0,9U_n + 100 - U_n$$

$$U_{n+1} - U_n = -0,1U_n + 100$$

$$U_{n+1} - U_n = -50 \times 0,9^n$$

فالمتتالية (U_n) متناقصة

التمرين الثاني $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 2}$

(1) تعيين الاعداد الحقيقية $a = 1, b = -1, c = 1$

(2) احسب نهايات الدالة (C_f) عند اطراف مجال التعريف ثم فسر النتيجة هندسيا

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

3) بين ان المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C)

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)] = 0$$

المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C)

4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ)

$$f(x) - (x-1) = \frac{1}{x-2}$$

$x \in]-\infty; 2[$ المنحنى (C_f) يقع تحت المستقيم (Δ)

$x \in]2; +\infty[$ المنحنى (C_f) يقع فوق المستقيم (Δ)

5) بين ان النقطة $w(2;1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)

$$f(4-x) - f(x) = 2$$

$$f'(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x-2)^2} \quad (6)$$

7) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

الدالة متزايدة تماما على المجالين $]-\infty; 1[$ و $]3; +\infty[$ ومتناقصة تماما على المجالين $]1; 2[$ و $]2; 3[$

ب) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة (0)

$$(T): y = f'(0)(x-0) + f(0)$$

$$y = \frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$$

د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m حلول للمعادلة $f(x) = m$

$m \in]-\infty; 1[$ للمعادلة حلين

$m = 1$ للمعادلة حل مضاعف

$m \in]1; 3[$ ليس للمعادلة حلول

$m = 3$ للمعادلة حل مضاعف

$m \in]3; +\infty[$ للمعادلة حلين

1 الجزء الثالث

1) بين ان الدالة g دالة زوجية

$$x \in D_g \text{ و } -x \in D_g$$

$$g(-x) = g(x)$$

فالدالة g دالة زوجية

اكتب عبارة $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

$$\begin{cases} g(x) = \frac{x^2 + 3x + 3}{-x - 2} & x \leq 0 \\ g(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 2} = f(x) & x \geq 0 \end{cases}$$