

التمرين الأول : ( 6 نقاط )

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة ، عينه مع التعليل :

1 . مجموعة حلول المتراجحة  $6 + e^{2x} < 5e^x$  في  $\mathbb{R}$  هي :

أ)  $S = ]\ln 2 ; \ln 3[$  (ب)  $S = ]2; 3[$  (ج)  $S = ]-\infty; \ln 2[ \cup ]\ln 3; +\infty[$

2 . مجموعة حلول المتراجحة  $\ln[\ln(\ln x)] > 0$  هي :

أ)  $S = ]e; +\infty[$  (ب)  $S = ]e^e; +\infty[$  (ج)  $S = ]e^3; +\infty[$

3 . الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$  ، من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  لدينا :

أ)  $f(1-x) = f(x)$  (ب)  $f(-x) = f(x)$  (ج)  $f(-x) = -f(x)$

4 .  $g$  هو الحل الخاص للمعادلة التفاضلية  $1 + y + y' = 0$  حيث  $g(\ln 2) = 0$  ، من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  لدينا :

أ)  $g(x) = -1 - 2e^{-x}$  (ب)  $g(x) = -1 + 2e^{-x}$  (ج)  $g(x) = e^x - 2$

5 . الدالة المعرفة بـ :  $h(x) = \frac{1}{\ln x} + \ln(\ln x)$  قابلة للاشتقاق على  $]1; +\infty[$  حيث :

أ)  $h'(x) = \frac{1-\ln x}{x^2 \ln^2 x}$  (ب)  $h'(x) = \frac{1-\ln x}{x \ln^2 x}$  (ج)  $h'(x) = \frac{-1+\ln x}{x \ln^2 x}$

6 . الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $k(x) = x \left( \frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right) \sin x$  ، من أجل كل عدد حقيقي  $x$  لدينا :

أ)  $k(-x) + k(x) = 0$  (ب)  $k(-x) - k(x) = 0$  (ج)  $k(-x) + k(x) = x \sin x$

## التمرين الثاني : ( 7 نقاط )

**I. g** الدالة العددية المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ :  $g(x) = x^2 + 2 \ln x$

- (1) أدرس تغيرات الدالة  $g$  و شكل جدول تغيراتها .
- (2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في  $]0; +\infty[$  ثم تحقق أن:  $0,75 < \alpha < 0,76$
- (3) استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$  .

**II.  $f_k$**  الدالة العددية المعرفة على  $]0; +\infty[$  بالعلاقة :  $f_k(x) = 1 - x + \frac{k}{x}(1 + \ln x)$  ( $k$  وسيط حقيقي )  
 وليكن  $(C_k)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .  
الجزء الأول :

- (1) بين أن كل المنحنيات  $(C_k)$  تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيينها .
  - (2) أحسب نهايتي الدالة  $f_k$  عند  $+\infty$  و  $0$  ( ناقش حسب قيم  $k$  ) .
- الجزء الثاني :

نأخذ  $k = 2$  نجد :  $f(x) = 1 - x + \frac{2}{x}(1 + \ln x)$

- (1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  و فسر النتيجة هندسيا ، ثم أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .
- (2) أ - بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = -x + 1$  مستقيم مقارب مائل لـ  $(C_f)$   
 ب - أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$  .
- (3) أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$   
 ب - استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .
- (4) بين أن  $f(\alpha) = 1 - 2\alpha + \frac{2}{\alpha}$  ثم استنتج حصرا للعدد  $f(\alpha)$  .
- (5) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  يوازي  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلة له .
- (6) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما :  
 $0,31 < \alpha' < 0,33$  و  $2,50 < \beta < 2,55$

(7) أ - أرسم  $(C_f)$  ،  $(T)$  و  $(\Delta)$

- ب - ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة :  $\frac{2}{x}(1 + \ln x) = m - 1$
- III** . نعتبر الدالة  $k$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ :  $k(x) = -|1 - x| + \frac{2}{x}(1 + |\ln x|)$
- أ - أكتب الدالة  $k$  دون رمز القيمة المطلقة .
- ب - أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $k$  عند  $x = 1$  ، و فسر النتائج هندسيا .

### التمرين الثالث : ( 7 نقاط )

- I. (C) هو التمثيل البياني للدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $x \rightarrow e^x - x^2$  ، (D) المستقيم ذو المعادلة  $y = -3x + 1$  ( أنظر الشكل المقابل ) و  $g$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = e^x - x^2 + 3x - 1$  .
- (1) أ - بقراءة بيانية حدد وضعية (C) بالنسبة لـ (D) على  $\mathbb{R}$  .

ب - استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$  .

- (2) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد وإشارة حلول المعادلة :

$$e^x - \ln m = x^2$$

II.  $f$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = (x^2 - x)e^{-x} + x$

و ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم

متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .

- (1) بين أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

- (2) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$  ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

- أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $y = x$  : (4)

- (3) أ - بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  فإن :  $f'(x) = e^{-x} g(x)$

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .

- (4) أ - بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $f''(x) = [g'(x) - g(x)] e^{-x}$

ب - استنتج أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما .

- (5) أنشئ المنحنى  $(C_f)$  والمستقيم (4) .

(6)  $h$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $h(x) = (1 - e^x)x - x^2 e^x$

- اشرح كيفية رسم  $(C_h)$  منحنى الدالة  $h$  انطلاقا من  $(C_f)$  ثم أرسمه في المعلم السابق .

- (7)  $k$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $k(x) = e^{f(x)}$

- اعتمادا على تغيرات الدالة  $f$  ، أدرس تغيرات الدالة  $k$  و شكل جدول تغيراتها ( عبارة  $k(x)$  غير مطلوبة ) .

