

المستوى الثالثة رياضيات

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات 2سا

التمرين الأول :

أجب عن كل جملة من الجمل التالية بصحيح أو خطأ مع التبرير

(1) حل المعادلة التفاضلية $3y' = 2y - 6$ بحيث $f(0) = 1$ هو الدالة f بحيث : $f(x) = 3e^{\frac{2}{3}x} + 3$

(2) حلول المتراجحة $7^{x-2} > 5^x$ في $\mathbb{R}$ هي : $\left[\frac{2 \ln(7)}{\ln\left(\frac{7}{5}\right)}; +\infty \right[$

(3) عدد أرقام العدد 2024^{2024} هو $10^{6685} \cdot 3305$

التمرين الثاني :

(1) باستعمال قابلية الاشتقاق للدالة $x \mapsto \ln(x)$ بين أن $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x-1} = 1$ ثم استنتج أن : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$

(2) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بالعلاقة $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$ وليكن (C_f) تمثيلها

البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \geq 1$ لدينا : $f(x) = \ln x + \ln\left(1 + \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}\right)$

(ب) من أجل $x \geq 1$ بين أن : $x - 1 = x \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} \left(\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \right)$

(ت) هل الدالة f قابلة للاشتقاق عند 1 ؟ فسر النتيجة بيانياً.

(3) أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

(4) أدرس تغيرات الدالة f ثم أرسم (C_f) .

التمرين الثالث :

(1) جدول تغيرات الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{\ln 2\}$

كما يلي $g(x) = 2x + \frac{2}{e^x - 2}$ هو :

استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

x	$-\infty$	0	$\ln 2$	$\ln 4$	$+\infty$	
$g'(x)$	+	0	-	-	0	+
$g(x)$	$-\infty$	-2	$+\infty$	$1+4\ln 2$	$+\infty$	

(2) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{\ln 2\}$ كما يلي: $f(x) = x^2 - x + \ln|e^x - 2|$ وليكن (C_f)

تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{\ln 2\}$ لدينا : $f'(x) = g(x)$

(ب) أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(ت) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x^2]$ ثم فسر النتيجة هندسيا

(ث) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

(ج) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي إنعطاف يطلب تعيين إحداثيهما

(ح) بين أنه لا يوجد مماس لـ (C_f) يوازي (T)

(خ) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α بحيث $\frac{3}{4} < \alpha < 2 \ln 2$

(د) أنشئ (C_f)

(ذ) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب k عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = \sqrt[k]{k}$

(3) h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = x^2 + |x| + \ln \left| \frac{1}{e^{|x|}} - 2 \right|$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(أ) أدرس شفعية الدالة h

(ب) انطلاقا من المنحنى (C_h) استنتج طريقة هندسية لرسم (C_h) ثم ارسمه.

التصحيح النموذجي

التمرين الأول:

(1) خطأ: $f(x) = -2e^{\frac{2}{3}x} + 3$

(2) صحيح

(3) خطأ: لا يمكن معرفة عدد أرقام العدد 2024^{2024} لأن: $10^{6691.3306} < \log(2024^{2024}) < 10^{6691.3306} + 1$

التمرين الثاني:

(1) باستعمال تعريف العدد المشتق للدالة $\ln x \mapsto x$ عند العدد 1 نجد: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1}$ و بوضع $t = x-1$ نجد

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(t+1)}{t} = 1$$

(2) أ) من أجل كل x من المجال $[-1; +\infty[$ لدينا:

$$\ln x + \ln \left(1 + \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} \right) = \ln \left[x \left(1 + \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} \right) \right] = \ln (x + \sqrt{x^2 - 1}) = f(x)$$

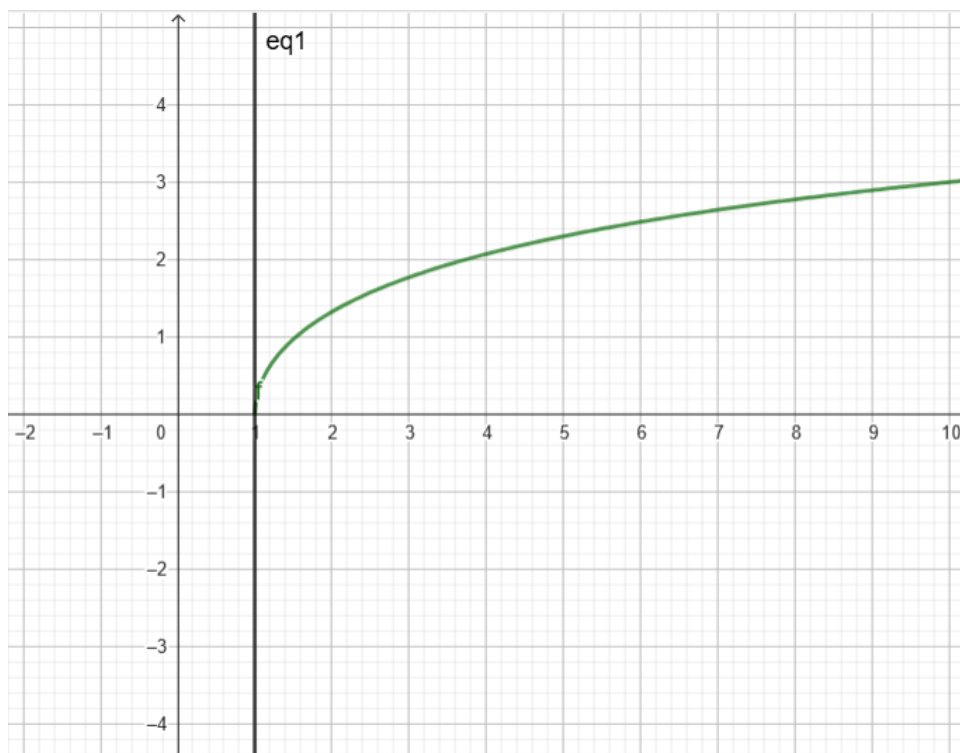
ت) من أجل كل x من المجال $[-1; +\infty[$ $x-1 = x \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} \left(\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \right)$ (بعد تبسيط الجذور)

ث) f فير قابلة للاشتقاق عند العدد 1 من اليمين والمنحنى (C_f) يقبل نصف مماس موازي لمحور الترتيب

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{ج}$$

ح) f متزايدة تماماً على المجال $[-1; +\infty[$



التمرين الثالث:

(1) إشارة $g(x)$ حسب قيم x :

$$g(x) > 0 \text{ من أجل } x \in]\ln 2; +\infty[; g(x) < 0 \text{ من أجل } x \in]-\infty; \ln 2[$$

(2) أ) من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{\ln 2\}$: $f'(x) = g(x)$

ب) إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ ، الدالة f متزايدة تماما على المجال $x \in]\ln 2; +\infty[$ ومتناقصة تماما على

المجال $x \in]-\infty; \ln 2[$

تشكيل جدول تغيرات الدالة f

ث) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x^2] = 0$ ، (C_f) يقبل فرع قطع مكافئ معادلته $y = x^2$ عند $+\infty$

ج) معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0 هي : $y = -2x$: (T)

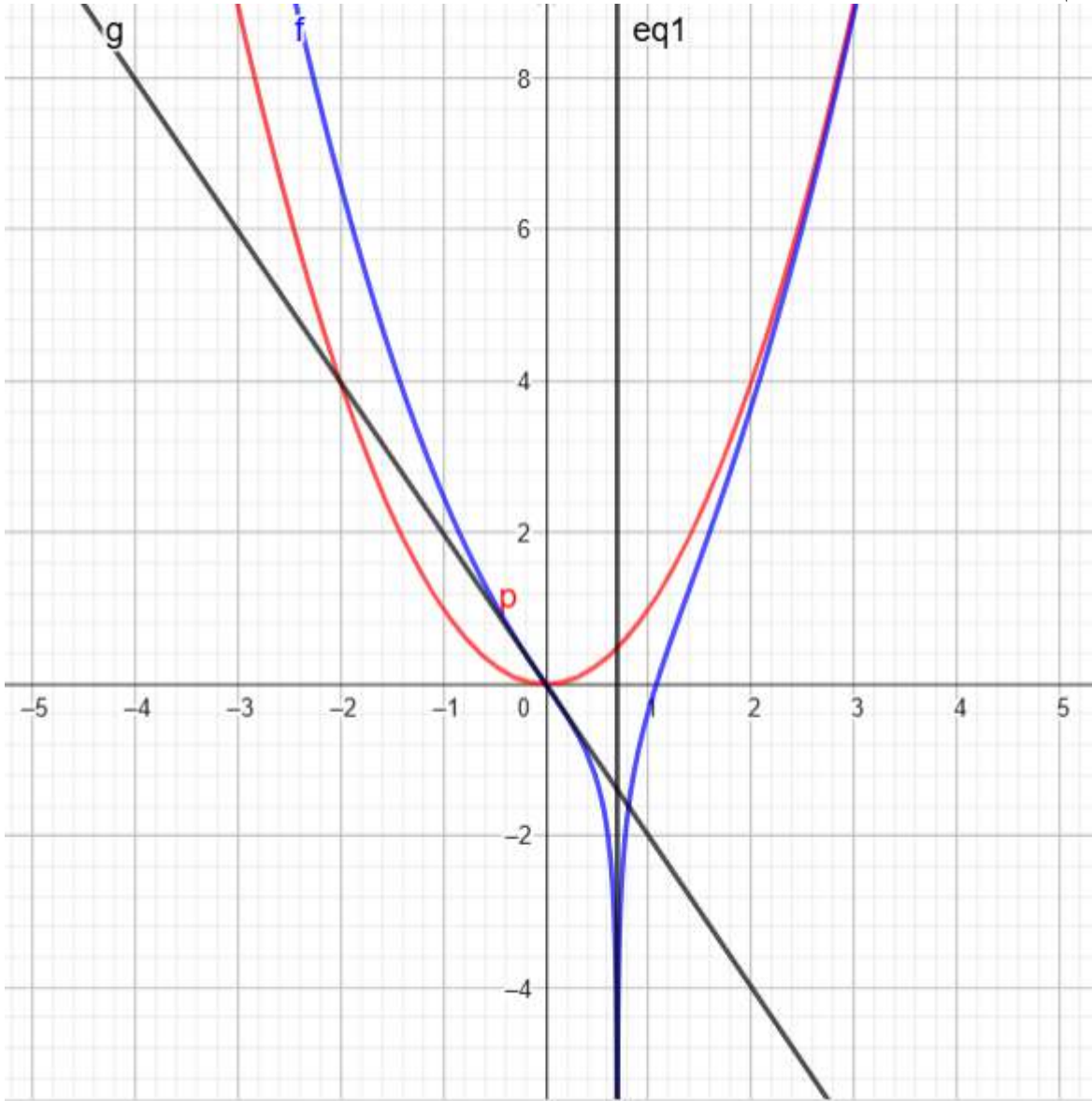
ح) من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{\ln 2\}$: $f''(x) = g'(x)$ ، لدينا $f''(x)$ تنعدم عند 0 و $\ln 4$ مغيرة إشارتها

ومنه نقطتي الإنعطاف هي : $O(0,0)$ و $A(\ln 4, 4(\ln 2)^2 - \ln 2)$

خ) المعادلة $f'(x) = -2$ لا تقبل حلول في $\mathbb{R} - \{\ln 2\}$ ومنه لا يوجد مماس لـ (C_f) يوازي (T)

د) تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة

ذ) رسم المنحنى و المماس:



من أجل كل عدد جقيقي موجب تماما k فإن المعادلة $f(x) = \sqrt[k]{k}$ تقبل حلين مختلفين في الإشارة

من أجل $k=0$ المعادلة $f(x) = \sqrt[k]{k}$ تقبلين حلين أحدهما معدوم و الآخر α

(3) أ) الدالة h زوجية

ب) على المجال $]-\infty, 0]$ ، (C_h) ينطبق على (C_f) وبما أن الدالة h زوجية فمنحنائها البياني متناظر بالنسبة

لمحور الترتيب أي نكمل الجزء المتبقي من (C_h) بالتناظر بالنسبة لمحور الترتيب على المجال $[0, +\infty[$.

