

التمرين 1

(I) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = (2x + 1)e^{2x} - 1$

(1) أدرس تغيرات الدالة .

(2) احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x(1 - e^{2x}) + 3$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x - 3]$ ثم فسر النتيجة بيانياً.

(3) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 3$

(4) أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = -g(x)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماساً (T) يوازي (Δ) ، ثم اكتب معادلته.

(6) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث :

$$-3.2 < \beta < -3 \text{ و } \ln 2 < \alpha < 1$$

(7) أنشئ (Δ) ، (T) و (C_f) .

(8) ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x) = x + m$

التمرين 2 (10 ن)

(I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي :

$$g(x) = x^2 - 1 - 2 \ln(x)$$

(1) أدرس تغيرات الدالة .

(2) حدد إشارة $g(x)$.

(II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = x - 4 + \frac{3+2 \ln(x)}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتائج هندسياً.

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلته.

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

(3) أ) بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) أنشئ (Δ) و (C_f) .

بالتوفيق

التصحيح النموذجي

العلامة	الحل	رقم التمرين																												
	(I) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = (2x + 1)e^{2x} - 1$ (1) دراسة تغيرات الدالة g • النهايات: $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2xe^{2x} + e^{2x} - 1) = -1$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ • الدالة المشتقة g دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و g' دالتها المشتقة حيث : من اجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $g'(x) = 4(x+1)e^{2x}$ • إشارة $g'(x)$: إشارة $g'(x)$ من إشارة $x + 1$ لأن $e^{2x} > 0$ و $4 > 0$ لدينا $g'(x) = 0$ يكافئ $x + 1 = 0$ ومنه $x = -1$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td></td><td>0</td><td></td></tr><tr><td></td><td>-</td><td></td><td>+</td></tr></table> و منه g دالة متناقصة تماما على المجال $]-\infty ; -1]$ و متزايدة تماما على المجال $[-1 ; +\infty[$ جدول التغيرات <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td></td><td>0</td><td></td></tr><tr><td></td><td>-</td><td></td><td>+</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>-1</td><td>$-(e^{-2} + 1)$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	$g'(x)$		0			-		+	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	$g'(x)$		0			-		+	$g(x)$	-1	$-(e^{-2} + 1)$	$+\infty$	التمرين 1
x	$-\infty$	-1	$+\infty$																											
$g'(x)$		0																												
	-		+																											
x	$-\infty$	-1	$+\infty$																											
$g'(x)$		0																												
	-		+																											
$g(x)$	-1	$-(e^{-2} + 1)$	$+\infty$																											

(2) حساب $g(0)$ ثم استنتاج إشارة $g(x)$.
 $g(0)=0$
 إشارة $g(x)$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x(1 - e^{2x}) + 3$

(1) حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

(2) حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x - 3]$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x - 3] = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2xe^{2x}) = 0$$

و منه المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

(3) الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 3$

إشارة $f(x) - y$:

$-xe^{2x} = 0$ يكافئ $-x = 0$ لأن $e^{2x} > 0$ و منه $x = 0$
 و منه إشارة $f(x) - y$ من إشارة $-x$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x) - y$	+	0	-
الوضعية النسبية	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(0; 3)$	(C_f) تحت (Δ)

(4) أ) نبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x) = -g(x)$

f دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و f' دالتها المشتقة حيث :

من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $f'(x) = 1 - e^{2x} - 2xe^{2x}$

و منه : $f'(x) = - [(2x+1) e^{2x} - 1]$

إذن : $f'(x) = -g(x)$

(ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة f ثم تشكيل جدول تغيراتها.

• إشارة $f'(x)$: عكس إشارة $g(x)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$-g(x)$	+	0	-
$f'(x)$	+	0	-

و منه f دالة متزايدة تماما على المجال $] -\infty ; 0]$

و متناقصة تماما على المجال $[0 ; +\infty [$

• جدول التغيرات

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	3	$-\infty$

(5) نبين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ، ثم كتابة معادلته.

معناه : $f'(x) = 1$ و منه $x = -\frac{1}{2}$

إذن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يكون موازيا لـ (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة $\frac{-1}{2}$

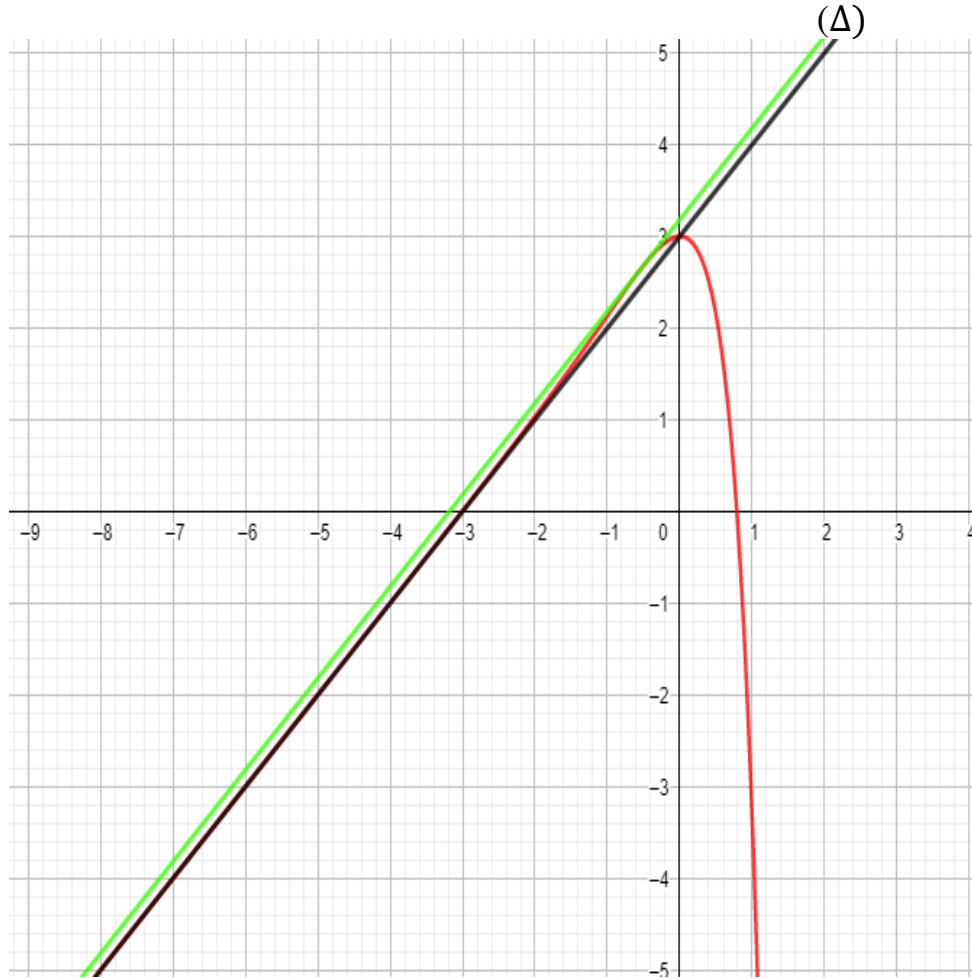
- معادلة المماس (T)

$$(T): y = x + 3 + \frac{1}{2e}$$

(6) نبين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث $\ln 2 < \alpha < 1$ و $-3.2 < \beta < -3$

استعمال مبرهنة القيم المتوسطة

(7) انشاء (Δ) ; (T) و (C_f) .



(T)

(C_f)

(8) المناقشة بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة :

$$f(x) = x+m$$

حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) و المستقيم (Δ_m) ذو المعادلة

$$y = x+m$$

- لما $m \in]-\infty; 3[$ فإن المعادلة تقبل حل موجب
- لما $m=3$ فإن المعادلة تقبل حل معدوم.
- لما $m \in]3; 3 + \frac{1}{2e}[$ فإن المعادلة تقبل حلين سالبين
- لما $m = 3 + \frac{1}{2e}$ فإن المعادلة تقبل حل سالب

- لما $m \in]3 + \frac{1}{2e}; +\infty[$ فإن المعادلة لا تقبل حلول

(I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي:

$$g(x) = x^2 - 1 - 2 \ln(x)$$

(1) تغيرات الدالة g

• النهايات:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = +\infty$$

• الدالة المشتقة :

g دالة قابلة للاشتقاق على $]0; +\infty[$ و g' دالتها المشتقة حيث :

$$g'(x) = \frac{2x^2 - 2}{x}$$

• إشارة $g'(x)$:

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+

و منه g دالة متناقصة تماما على المجال $]0; 1[$

و متزايدة تماما على المجال $]1; +\infty[$

جدول التغيرات

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

(2) إشارة $g(x)$.

x	0	1	$+\infty$
$g(x)$	+	0	+

التمرين

2

(II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ:

$$f(x) = x - 4 + \frac{3 + 2 \ln(x)}{x}$$

(1) أ) حساب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم تفسير النتائج هندسيا.

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$$

(C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته $x=0$

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(2) أ) نبين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) بجوار $+\infty$
 $(\Delta): y = x - 4$

ب) الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

x	0	$e^{-\frac{3}{2}}$	$+\infty$
$f(x) - y$	-	0	+
الوضعية النسبية	(C_f) تحت (Δ) (C_f) يقطع (Δ) (C_f) فوق (Δ) في النقطة $A(e^{-\frac{3}{2}}; e^{-\frac{3}{2}} - 4)$		

(3) أ) نبين انه من اجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

f دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و f' دالتها المشتقة حيث :

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2} \quad \text{إذن} \quad f'(x) = 1 + \frac{-1 - 2 \ln x}{x^2}$$

ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة f ثم تشكيل جدول تغيراتها

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	+

ومنه الدالة f متزايدة تماماً على المجال $]0; +\infty[$
جدول التغيرات

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$			

4) انشاء (Δ) و (C_f) .
 $f(1)=0$

